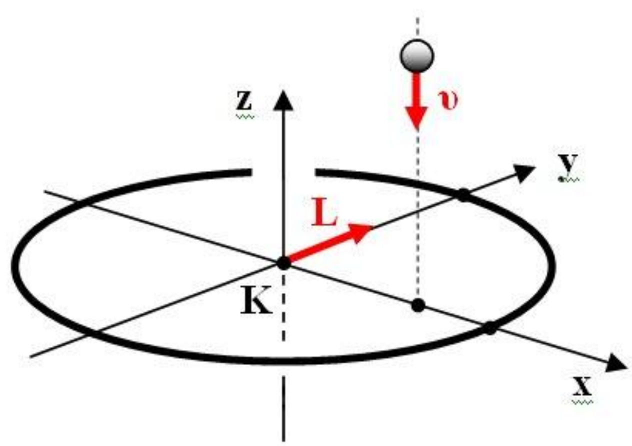
PHYSICS SOLVER

ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

&

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

PHYSICS SOLVER

ΦΥΣΙΚΗ

ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Αντί Προλόγου

Οι σημειώσεις αυτές έχουν σκοπό να συμβάλλουν, στη διδασκαλία του μαθήματος της Φυσικής της Θετικής & Τεχνολογικής κατεύθυνσης Γ' Λυκείου και στην επιτυχία των μαθητών στις εξετάσεις.

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ - ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Δώστε την σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις

1. Η εξίσωση απομάκρυνσης μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί ένα σώμα όταν τη χρονική στιγμή t=0 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας με υ>0 είναι:

Α. x=Αημωt

Β. x=Αημ(ωt + π/2)

Γ. x=Ασυνωt

Δ. x=-Αημωt

2. Η περίοδος της ηλεκτρομαγνητικής ταλάντωσης θα τριπλασιαστεί:

Α. αν τριπλασιαστεί η χωρητικότητα C,

Β. αν τριπλασιαστεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής L,

Γ. αν τριπλασιαστεί το αρχικό φορτίο του πυκνωτή,

Δ. αν τριπλασιαστούν ταυτόχρονα και η χωρητικότητα C και ο συντελεστής αυτεπαγωγής L.

3. Ο λόγος που ένα ηλεκτρικό κύκλωμα εκτελεί φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση είναι:

Α. η αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο του κυκλώματος,

Β. η παρουσία του πυκνωτή στο κύκλωμα,

Γ. η αντίσταση του κυκλώματος,

Δ. η απουσία ενεργειακής πηγής συνεχούς ρεύματος από το κύκλωμα.

4. Δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας δίνονται από τις x_1=Αημ1000πt και x_2=Αημ1002πt. Η συχνότητα του διακροτήματος που προκύπτει είναι:

Α. f = 2 Hz

Β. f = 1 Hz

Γ. f = 1001 Hz

Δ. f = 500.5 Hz

5. Η περίοδος της ηλεκτρικής ταλάντωσης σε ένα κύκλωμα LC διπλασιάζεται:

Α. αν διπλασιαστεί η χωρητικότητα του πυκνωτή,

Β. αν διπλασιαστεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πημίου,

Γ. αν διπλασιαστεί το αρχικό φορτίο του πυκνωτή,

Δ. αν τετραπλασιαστεί η χωρητικότητα του πυκνωτή.

Να σημειώσετε τη σωστή απάντηση και να την αιτιολογήσετε.

6. Καθώς ένα κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις, ποια από τα παρακάτω μεγέθη μεταβάλλονται;

Α. το φορτίο του πυκνωτή,

Β. η χωρητικότητα του πυκνωτή,

Γ. η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο,

Δ. ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου,

Ε. η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή,

Ζ. η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο,

Η. το άθροισμα των ενεργειών του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου.

7. Η ολική ενέργεια ενός κυκλώματος LC που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις:

Α. μειώνεται

Β. αυξάνεται

Γ. μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο

Δ. παραμένει σταθερή

8. Το πλάτος σε μια αρμονική ταλάντωση είναι:

Α. η απόσταση των δύο ακραίων θέσεων του συστήματος,

Β. η απόσταση που διανύει το σώμα σε χρόνο Τ,

Γ. η απόσταση από τη θέση ισορροπίας έως μια ακραία θέση,

Δ. η απόσταση που διανύει το σώμα σε χρόνο 2Τ.

9. Κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Τη στιγμή που το ρεύμα είναι μηδέν:

Α. η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι μέγιστη,

Β. η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι μέγιστη,

Γ. η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου είναι ίση με την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή,

Δ. το φορτίο στον πυκνωτή είναι μηδέν.

10. Ένας φάρος που αναβοσβήνει περιοδικά, εκπέμπει N αναλαμπές σε χρόνο t. Το πηλίκο N/t εκφράζει:

Α. Τη γωνιακή συχνότητα των αναλαμπών του φάρου,

Β. Την περίοδο των αναλαμπών του φάρου,

Γ. Τη συχνότητα των αναλαμπών του φάρου,

Δ. Τίποτα από τα παραπάνω.

11. Ο πυκνωτής ενός κυκλώματος ηλεκτρικών ταλαντώσεων έχει χωρητικότητα C=0.2μF. Πόσος πρέπει να είναι ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου, ώστε η συχνότητα των ηλεκτρικών ταλαντώσεων να είναι f=2 MHz;

Α. $L=\frac{10^{-5}}{32\pi^2}$ H

Β. $L=\frac{10^{-4}}{16\pi^2}$ H

Γ. $L= 10^{-5}\pi^2$ H

Δ. $L= 32\cdot10^{-5}$ H

ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα σώμα μάζας 5 Kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους 2 cm. Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι D = 125 N/m και θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση 0 και έχει θετική ταχύτητα.

1) Να υπολογιστεί η περίοδος ταλάντωσης του σώματος.

2) Να γραφούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

3) Πόση επιτάχυνση έχει το σώμα τη χρονική στιγμή $t_1 = \pi/10$ s;

4) Να υπολογιστεί το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα στα δύο πρώτα διαδοχικά περάσματα του σώματος από τη θέση x΄ = +1 cm.

(Απ. 1) Τ = 2π/5 s, 2) ω = 5 rad/s, x = 2ημ5t (σε cm), υ = 10συν5t (σε cm/s)

3) α = -50 cm/s^2, 4) t = 2π/15 s)

2. Σύστημα ελατηρίου-μάζας εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με πλάτος x_o και εξίσωση απομάκρυνσης $x=x_o$ημωt. Σε ποιες απομακρύνσεις από τη θέση ισορροπίας η κινητική ενέργεια του ταλαντωτή είναι ίση με τη δυναμική ενέργειά του; Να εκφραστούν οι απομακρύνσεις σαν συνάρτηση του x_o.
(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2000)

(Απ. $x= \pm x_o\sqrt{2}/2$)

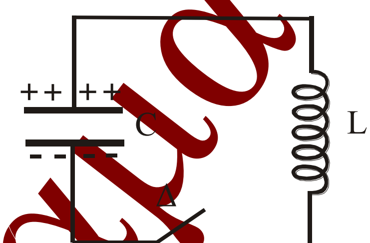
3. Ένα κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Αν το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή είναι $Q= 4\cdot10^{-6}$ C και η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος I=20 mA, να βρείτε την περίοδο Τ των ταλαντώσεων.

(Απ. $T= 4\pi\cdot10^{-4}$ s)

4. Από το ελεύθερο άκρο ελατηρίου δένουμε σώμα μάζας m=10 Kg και θέτουμε το σύστημα σε ταλάντωση. Όταν η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι Δx= 2 cm, η δύναμη επαναφοράς είναι F= 5 N. Να βρείτε τη χωρητικότητα C του πυκνωτή ενός κυκλώματος LC με L=0.1 H, το οποίο εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις με συχνότητα ίση με τη συχνότητα του μηχανικού συστήματος.

(Απ. C= 0.4 F)

5. Το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από πυκνωτή με χωρητικότητα $2 \cdot 10^{-5}$ F, ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής 0.05 H και διακόπτη Δ όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Αρχικά ο διακόπτης είναι ανοικτός και ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με ηλεκτρικό φορτίο $5 \cdot 10^{-7}$ C. Οι αγωγοί σύνδεσης έχουν αμελητέα αντίσταση.



Τη χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη Δ. Να υπολογίσετε:

1) την περίοδο της ηλεκτρικής ταλάντωσης

2) το πλάτος της έντασης του ρεύματος

3) την ένταση του ρεύματος τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή C είναι $3 \cdot 10^{-7}$ C
Δίνεται: π=3,14.

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2003)

(Απ. 1) $T=6.28 \cdot 10^{-3}$ s, 2) $I=5 \cdot 10^{-4}$ A, 3) $i=\pm 4 \cdot 10^{-4}$ A)

6. Φορτίζουμε έναν πυκνωτή χωρητικότητας C με φορτίο Q και συνδέουμε τα άκρα σε πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L, σχηματίζοντας έτσι ένα κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων. Να αποδείξετε ότι η στιγμιαία τιμή i της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα δίνεται σε συνάρτηση με το στιγμιαίο φορτίο q του πυκνωτή από τη σχέση:

$$i = \pm\sqrt{\frac{1}{LC}(Q^2 - q^2)}$$

Τι σημαίνουν τα δύο πρόσημα (+ και -);

7. Πυκνωτής χωρητικότητας C=10 μF φορτίζεται από πηγή τάσης V=36 V. Στη συνέχεια η πηγή απομακρύνεται και τη χρονική στιγμή t=0 ο πυκνωτής συνδέεται στα άκρα πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής L=16 mH. Να υπολογίσετε για τη χρονική στιγμή $t_1=17\pi\cdot10^{-4}$ s τα παρακάτω μεγέθη:

1) το φορτίο του πυκνωτή

2) την ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα

3) την ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή

4) τη διαφορά δυναμικού στα άκρα του πηνίου

(Απ. 1) $q=180\sqrt{2}$ μC, 2) $i=-0.9\sqrt{2}/2$ A, 3) $U_E=324\cdot10^{-5}$ J, 4) $\Delta V_L=-\Delta V_C=-18\sqrt{2}$ V)

8. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση το αρχικό πλάτος είναι Ao= 1m και η δύναμη απόσβεσης είναι της μορφής F'= -bυ. Μετά από χρόνο Δt=1 min το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται A_1= 0.5 m. Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα από την αρχή της ταλάντωσης το πλάτος γίνεται A_2= 1/16 m.

(Απ. t_2=240 s)

9. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση το πλάτος ελαττώνεται με τον χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A=A_o e^{-\ln 4t}$. Αν σε χρόνο t=2T το πλάτος ελαττώνεται κατά 50%, να βρείτε την περίοδο T της φθίνουσας ταλάντωσης.

(Απ. T= 0.25 s)

10. Μικρό σώμα μάζας M εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας πάνω στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι:

$x_1 = 4ημ2t$ και $x_2 = 4ημ(2t+π/3)$ (τα x_1, x_2 σε cm, το t σε s)

1) Να γράψετε την εξίσωση της κίνησης του σώματος

2) Να βρείτε την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή t=π/4 s.

(Απ. 1) $x=4\sqrt{3}ημ(2t+π/6)$, 2) $υ=-4\sqrt{3}$ cm/s, α=-24 cm/s^2)

11. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο και με γωνιακές συχνότητες $ω_1=2π$ rad/s και $ω_2=2.01π$ rad/s. Να βρείτε τη συχνότητα και την περίοδο του διακροτήματος που προκύπτει.

(Απ. $f_δ$= 0.005 Hz, $T_δ$= 200 s)

12. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους, ίδιας διεύθυνσης, γύρω από το ίδιο σημείο και με γωνιακές συχνότητες $ω_1=4π$ rad/s και $ω_2=4.001π$ rad/s. Να βρείτε τη συχνότητα και την περίοδο του διακροτήματος που προκύπτει.

(Απ. $f_δ$= 0.0005 Hz, $T_δ$= 2000 s)

13. Ένα υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις:

$x_1=2\eta\mu(100\pi t+\pi/2)$ και $x_2=2\eta\mu 104\pi t$ (μονάδες στο S.I.)

1) Ποιο είναι το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης και ποια η απομάκρυνση τη χρονική στιγμή t=0;

2) Ποια είναι η εξίσωση της κίνησης που εκτελεί το σώμα;

3) Για τη χρονική στιγμή $t_1= 7/8$ s να βρεθούν:

I) οι φάσεις των δύο ταλαντώσεων,

II) η διαφορά φάσεως μεταξύ τους,

III) το πλάτος της ταλάντωσης.

Δίνεται ότι: $\eta\mu\alpha+\eta\mu\beta=2\sigma\upsilon\nu(\frac{\alpha-\beta}{2})\eta\mu(\frac{\alpha+\beta}{2})$

(Απ. 1) $A=2\sqrt{2}$ m, x=2 m, 2) $x=4\sigma\upsilon\nu(-2\pi t+\pi/4)\eta\mu(102\pi t+\pi/4)$, 3) I) $\varphi_1= 704\pi/8$ rad, $\varphi_2=728\pi/8$ rad, II) $\Delta\varphi= 3\pi$ rad, III) A=0)

14. Έστω ότι ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις, $x_1=3\eta\mu 20\pi t$ και $x_2=4\eta\mu(20\pi t+\pi/2)$ που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο. Τα πλάτη των δύο ταλαντώσεων είναι μετρημένα σε cm.

1) Να βρεθεί το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης και η απομάκρυνση τη χρονική στιγμή t=0;

2) Για τη χρονική στιγμή $t_1=3/5$ s να βρεθεί η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο ταλαντώσεων.

(Απ. 1) A=5 cm, x=4 cm, 2) $\Delta\varphi= \pi/2$)

15. Έστω ότι ένα σώμα μάζας m=2kg ισορροπεί στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=200N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο έδαφος. Ανυψώνουμε το σώμα κατακόρυφα μέχρι το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και τη χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

1) Να προσδιορίσετε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης.

2) Να βρείτε τη μέγιστη καθώς και την ελάχιστη τιμή της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης.

3) Να βρείτε τη μέγιστη καθώς και την ελάχιστη τιμή της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου.

Δίνεται ότι: $g=10\ m/s^2$.

(Απ. 1) A=0.1 m, T=π/5 s, 2) U_{max}= 1J, U_{min}= 0 J, 3) U_{max}= 4J, U_{min}= 0 J)

16. Στο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο, είναι δεμένο σώμα μάζας m. Όταν το σύστημα ελατήριο-σώμα ισορροπεί, προσφέρουμε σε αυτό ενέργεια E=8J και το αναγκάζουμε να εκτελέσει Α.Α.Τ. Η απόσταση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων της ταλάντωσης είναι d=40cm και ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να διανύσει την απόσταση αυτή είναι t=0,25s. Να υπολογίσετε:

1) τη σταθερά k του ελατηρίου,

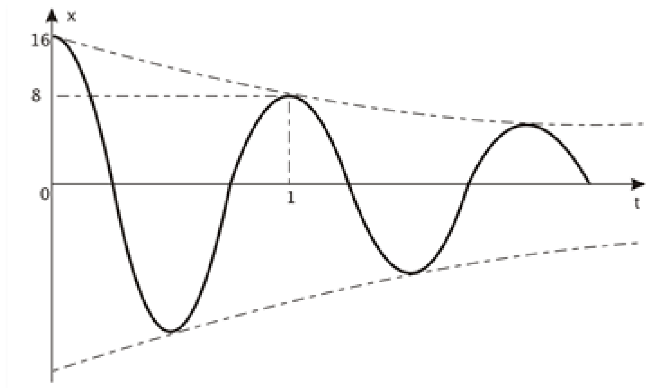
2) τη μάζα m του σώματος,

3) το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας και επιτάχυνσης του σώματος,

Δίνεται ότι: $\pi^2=10$

(Απ. 1) k=400 N/m, 2) m=2.5 kg, 3) $\upsilon_{max}=0.8\pi$ m/s, $a_{max}=32\ m/s^2$)

17. Σώμα μάζας m=1kg εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση και η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνησή του είναι της μορφής F΄=-bυ. Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος (σε m) από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο (σε s).



1) Να υπολογιστεί η σταθερά Λ,

2) Να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t= 4 s,

3) Να βρεθεί η % ελάττωση της ενέργειας στη διάρκεια της πρώτης περιόδου,

4) Πόση είναι η θερμότητα που απελευθερώνεται προς το περιβάλλον στη διάρκεια της δεύτερης περιόδου; Δίνεται ότι: $\pi^2=10$.

(Απ. 1) Λ=ln2 s^{-1}, 2) Α=1 m, 3) $\frac{\Delta E}{E_o} = -75\%$, 4) Q=9600 J)

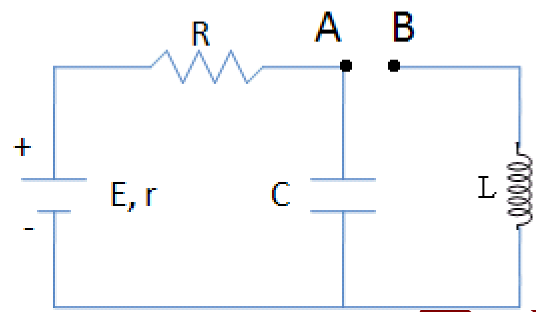
18. Έστω ότι σε ένα κύκλωμα LC τη χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του ταλαντωτή είναι το 75% της ολικής ενέργειας. Να υπολογιστεί τη χρονική στιγμή t_1:

1) ποιο κλάσμα του μέγιστου φορτίου Q είναι το φορτίο q του πυκνωτή,

2) ποιο κλάσμα του μέγιστου ρεύματος I είναι το ρεύμα i στο πηνίο.

(Απ. 1) $\frac{q}{Q} = \frac{1}{2}$, 2) $\frac{i}{I} = \frac{\sqrt{3}}{2}$)

19. Στο κύκλωμα που ακολουθεί δίνονται τα στοιχεία: L=10 mH, C=10 nF, E=20V, r= 1 Ω, και R=9 Ω. Αρχικά ο μεταγωγός βρίσκεται στη θέση Α αρκετή ώρα έτσι ώστε ο πυκνωτής να βρίσκεται σε σταθερή κατάσταση ενώ στη συνέχεια μεταφέρεται στη θέση Β ακαριαία έστω τη χρονική στιγμή t=0.



1) Να γράψετε τις εξισώσεις του φορτίου και της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο (στο S.I),

2) Υπολογίστε τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου γίνεται τριπλάσια της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου για πρώτη φορά,

3) Πόση είναι τότε η τιμή του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος;

4) Πόσος είναι τότε ο ρυθμός μεταβολής της τάσης του πυκνωτή;

(Απ. 1) $q=200\cdot10^{-9}$συν10^5t, $i=-0.02$ημ10^5t, 2) $t=\frac{\pi}{3}10^{-5}s$, 3) $\frac{di}{dt}=-1000A/s$,

4) $\frac{dV}{dt}=-\sqrt{3}\cdot10^6V/s$

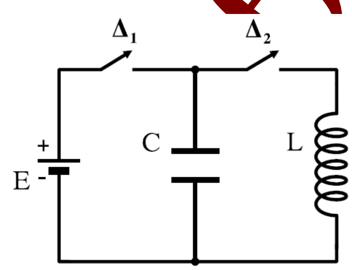
20. Σε ένα κύκλωμα LC με L= 0.0125 H και $C=2\cdot10^{-9}$ F η μέγιστη τάση του πυκνωτή είναι V=20 V. Αν κάποια χρονική στιγμή το φορτίο του πυκνωτή είναι $\sqrt{7}\cdot10^{-8}C$ τότε να υπολογίσετε:

1) την απόλυτη τιμή του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα εκείνη τη στιγμή.

2) την ενέργεια του μαγνητικού και την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου.

(Απ. 1) i=6 mA, 2) U_B=225 nJ, U_E=175 nJ)

21. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται: πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης E=5 V μηδενικής εσωτερικής αντίστασης, πυκνωτής χωρητικότητας $C=8\cdot10^{-6}$ F, πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=2\cdot10^{-2}$ H. Αρχικά ο διακόπτης $Δ_1$ είναι κλειστός και ο διακόπτης $Δ_2$ ανοιχτός.



1) Να υπολογίσετε το φορτίο Q του πυκνωτή.

Ανοίγουμε το διακόπτη $Δ_1$ και τη χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη $Δ_2$. Το κύκλωμα LC αρχίζει να εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

2) Να υπολογίσετε την περίοδο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων.

3) Να γράψετε την εξίσωση σε συνάρτηση με το χρόνο για την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.

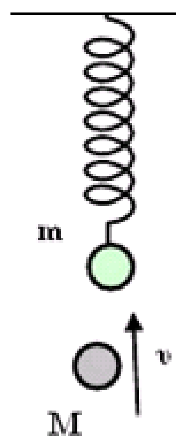
4) Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι τριπλάσια από την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή. (Πανελλαδικές Εξετάσεις 2010)

(Απ. 1) $Q=4\cdot10^{-5}$ C, 2) $t= 8π\cdot10^{-4}$ s, 3) i=-0.1ημ(2500t), 4) $q=\pm 2\cdot10^{-5}$ C)

22. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση με δύναμη απόσβεσης F'=-bυ το πλάτος μετά από τρεις πλήρεις ταλαντώσεις είναι 20 cm ενώ μετά από πέντε πλήρεις ταλαντώσεις είναι 16 cm. Ποιο είναι το πλάτος μετά από εννέα πλήρεις ταλαντώσεις;

(Απ. A=10.24 cm)

23. Σώμα μάζας m ισορροπεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου με σταθερά κ=10 N/m. Ένα άλλο σώμα μάζας M=0.1 kg κινούμενο προς τα πάνω με ταχύτητα υ=3 m/s σφηνώνεται μέσα στο σώμα μάζας m. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = \frac{\pi\sqrt{3}}{5}s$.



Να βρεθούν:

1) η μάζα m,

2) η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση,

(Απ. 1) m=0.2 kg, 2) υ=1 m/s)

24. Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με πλάτος που δίνεται από τη σχέση: $A = A_o e^{-\Lambda t}$. Αν το αρχικό πλάτος είναι A_o=32 cm και τη χρονική στιγμή t_1=10 s το πλάτος είναι A_1=16 cm, τότε να βρείτε τη χρονική στιγμή που το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι A=1 cm.

(Απ. t=50 s)

25. Σώμα μάζας m_1=1 kg βρίσκεται δεμένο και ισορροπεί στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=400 N/m το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε τοίχο. Βλήμα μάζας m_2=3 kg κινούμενο στη διεύθυνση του ελατηρίου με ταχύτητα υ=$\frac{80}{3}$ m/s συγκρούεται πλαστικά με το πρώτο σώμα και το συσσωμάτωμα ξεκινά να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

1) Να υπολογιστεί το πλάτος A της ταλάντωσης του συσσωματώματος,

2) Να γραφεί η απομάκρυνση συναρτήσει του χρόνου,

3) Αν στο συσσωμάτωμα ασκείται δύναμη τριβής της μορφής F = -bυ και σε χρόνο t =2 s το πλάτος γίνεται A = A_o/8 τότε να υπολογιστεί σε ποια χρονική στιγμή το πλάτος θα γίνει A = A_o/64.

(Απ. 1) A=2 m, 2) x=2ημ10t, 3) t=4 s)

26. Σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η εξίσωση της απομάκρυνσής του από τη θέση ισορροπίας του δίνεται από την εξίσωση x=Αημ(ωt+φ). Αν γνωρίζετε ότι τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση x=+2,5 m, έχει θετική ταχύτητα μέτρου υ=$12\sqrt{3}$ m/s και ότι το συνολικό διάστημα που διανύει σε μια περίοδο είναι 20 m, τότε να βρείτε:

1) το πλάτος Α της ταλάντωσης,

2) την αρχική φάση της ταλάντωσης,

3) την γωνιακή ταχύτητα ω,

4) να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση του σώματος από την θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο.

(Απ. 1) Α=5 m, 2) $\varphi=\frac{\pi}{6}$, 3) ω=$\frac{24}{5}$ rad/s)

27. Σώμα μάζας 0.1 kg είναι προσδεμένο στην άκρη ενός οριζόντιου ελατηρίου (k=1000 N/m) το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Αν το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος Α=0.1 m και διέρχεται από την θέση ισορροπίας του κατά τη χρονική στιγμή t=0 με θετική ταχύτητα, τότε να υπολογίσετε κατά την $t=\frac{\pi}{300}s$

1) την μετατόπιση (x),

2) την ταχύτητα (υ) και την επιτάχυνση (α) του ταλαντωτή.

(Απ. 1) $x=\frac{\sqrt{3}}{20}m$, 2) υ=5 m/s, 3) $\alpha=-500\sqrt{3}$ m/s^2)

28*. Έστω ότι ένα κατακόρυφο ελατήριο που έχει σταθερά k=400 N/m βρίσκεται στερεωμένο (από το άνω άκρο του) στο ακλόνητο σημείο μιας οροφής. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου βρίσκεται στερεωμένο ένα σώμα μάζας m_1=1 kg και το σύστημα ταλαντώνεται κάνοντας απλή αρμονική ταλάντωση. Όταν ο ταλαντωτής είναι στη θέση ισορροπίας και ταλαντώνεται με φορά προς τα κάτω με ταχύτητα $υ_1$=2 m/s συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας m_2=3 kg το οποίο κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_2$= $υ_1$. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα που δημιουργείται κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε:

1) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση,

2) το πλάτος της νέας ταλάντωσης και την αρχική φάση της ταλάντωσης,

3) πόσο χρόνο χρειάζεται ο ταλαντωτής για να φτάσει στη θέση x= $0.125\frac{\sqrt{2}}{2}$ m.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2 και $ημ\frac{\pi}{5} \approx 0.6$. Επιπλέον να θεωρήσετε ότι η θετική φορά είναι προς τα πάνω.

(Απ. 1) V=1 m/s, 2) A=0.125 m, $\varphi = \frac{\pi}{5}$, 3) $t = \frac{\pi}{200} s$)

*Βλέπε παράρτημα

29*. Δίνεται κατακόρυφο ελατήριο (k=100 N/m) που βρίσκεται στερεωμένο (από το άνω άκρο του) στο ακλόνητο σημείο μιας οροφής. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου βρίσκεται στερεωμένο ένα σώμα μάζας m=1 kg και το σύστημα ταλαντώνεται με πλάτος A=0.1 m. Σε απόσταση d=2 m κάτω από τη θέση ισορροπίας του συστήματος βρίσκεται σώμα μάζας M=3 kg. Το σώμα μάζας M εκτοξεύεται με ταχύτητα 7 m/s κατακόρυφα προς τα πάνω και συναντά το σύστημα που ταλαντώνεται τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τα κάτω. Η κρούση είναι πλαστική και το συσσωμάτωμα που δημιουργείται εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Να υπολογίσετε τα παρακάτω:

1) την ταχύτητα του ταλαντωτή και του σώματος μάζας M αμέσως πριν τη σύγκρουση,

2) την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά τη σύγκρουση,

3) το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος,

4) την απομάκρυνση συναρτήσει του χρόνου (θεωρείστε ως αρχή μέτρησης του χρόνου τη στιγμή της σύγκρουσης και θετικά προς τα κάτω)

5) τη μέγιστη τιμή της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2 και $\eta\mu\frac{\pi}{5} \approx 0.6$.

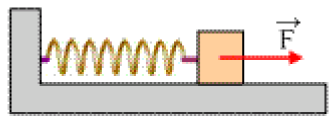
Επιπλέον να θεωρήσετε ότι η θετική φορά είναι προς τα κάτω.

(Απ. 1) υ_{max}=1 m/s, υ=-3 m/s, 2) V=-2 m/s, 3) A=0.5 m, 4) x=0.5ημ(5t+6π/5),

5) $U_{ταλάντωσης}$= 12.5 J)

*Βλέπε παράρτημα

30. Ένα σώμα μάζας m=1 kg βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ισορροπεί στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου το οποίο έχει σταθερά k=100 N/m. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται στο σώμα μια οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου F=40 N και το σώμα αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση.



1) να αποδειχθεί ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση,

2) να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης συναρτήσει του χρόνου,

3) να γραφεί η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης συναρτήσει του χρόνου,

4) να γραφεί η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου συναρτήσει του χρόνου

(Απ. 1) Υπόδειξη-Λύση:

Αρκεί να δείξουμε ότι το σώμα δέχεται δύναμη επαναφοράς της μορφής: F=-Dx

Αρχικά σχεδιάζουμε τις δυνάμεις στη Θ.Ι. και εφαρμόζουμε τη σχέση ΣF=0.

Έτσι παίρνουμε τη σχέση $F=kx_o$.

Στη συνέχεια βρίσκουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων σε μια τυχαία θέση που απέχει έστω x από τη Θ.Ι.

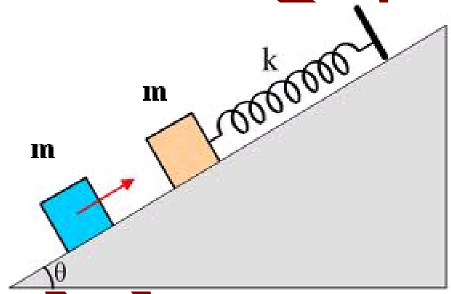
Έχουμε ότι:

$\Sigma F=F-k(x+x_o)=F-kx-kx_o=-kx$.

Άρα αποδείχτηκε ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με D=k.

2) $x=0.4\eta\mu(10t+\frac{3\pi}{2})$, 3) $U=8\eta\mu^2(10t+\frac{3\pi}{2})$, 4) $U^*=2(1+\eta\mu(10t+\frac{3\pi}{2}))^2$)

31. Ένα ελατήριο σταθεράς k=200 N/m βρίσκεται στερεωμένο στην κορυφή ενός κεκλιμένου επιπέδου ($θ=30^o$) όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στο κάτω άκρο του ελατηρίου βρίσκεται στερεωμένο σώμα μάζας m=2 kg και το σύστημα κάνει γραμμική αρμονική ταλάντωση με πλάτος A=0.2 m. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου ρίχνεται προς τα πάνω δεύτερο σώμα ίδιας μάζας (m=2 kg) και με αρχική ταχύτητα 5 m/s. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του σώματος αυτού με το κεκλιμένο επίπεδο είναι $\frac{\sqrt{3}}{15}$ και το σώμα αφού διανύσει επί του κεκλιμένου επιπέδου απόσταση ίση με $\frac{3}{4}$m συγκρούεται με τον ταλαντωτή τη στιγμή που ο ταλαντωτής βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και κινείται με φορά προς τα κάτω. Η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα που προκύπτει δεν παρουσιάζει τριβή με το κεκλιμένο επίπεδο και εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε:



1) την ταχύτητα που έχει το δεύτερο σώμα ακριβώς πριν τη κρούση,

2) την ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση,

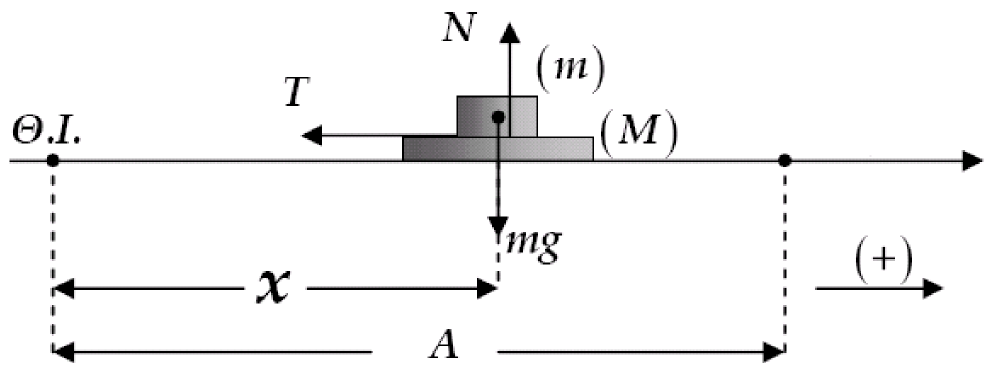
3) το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος,

4) την εξίσωση της απομάκρυνσης συναρτήσει του χρόνου (θεωρείστε ως t=0 τη στιγμή της σύγκρουσης και θετική φορά προς τα κάτω)

Δίνεται ότι: $g=10\ m/s^2$ και $\eta\mu\frac{\pi}{9}\approx\frac{1}{3}$.

(Απ. 1) υ=-4 m/s, 2) V=-1 m/s, 3) A=0.15 m, 4) $x=0.15\eta\mu(5\sqrt{2}t+\frac{10\pi}{9})$)

32*****. Τα δύο σώματα που δείχνει το παρακάτω σχήμα είναι τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο και εκτελούν γραμμική αρμονική ταλάντωση στον οριζόντιο άξονα. Αν το πλάτος που έχει η ταλάντωση είναι 25 cm και ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων είναι 0,25 να βρεθεί η ελάχιστη τιμή που μπορεί να έχει η περίοδος για να παραμένει συνέχεια το ένα σώμα πάνω στο άλλο.



Δίνεται ότι ισχύει: g=10 m/sec^2 και $\pi^2=10$.

(Απ. Υπόδειξη-Λύση:

Για το σώμα μάζας m έχουμε ότι: $\Sigma F_x = -m\omega^2 x \Rightarrow -\mathrm{T} = -m\omega^2 x \Rightarrow \mathrm{T} = m\omega^2 x$

Για να παραμένει το σώμα μάζας m πάνω στο σώμα μάζας M (δηλαδή να μην υπάρχει ολίσθηση) πρέπει η τριβή T να είναι η στατική τριβή και να ισχύει ότι:

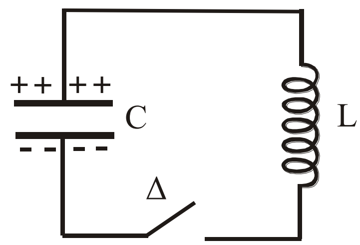
$\mathrm{T}_{\sigma\tau\alpha\tau} \le \mathrm{T}_{o\lambda} \Rightarrow \mathrm{T} \le \mu \mathrm{N} \Rightarrow m\omega^2 x \le \mu \mathrm{N} \Rightarrow m\omega^2 x \le \mu m g \Rightarrow \omega^2 x \le \mu g$

Η τελευταία σχέση ισχύει για κάθε τιμή του x και άρα και για x=A. Επομένως έχουμε ότι: $\omega^2 \mathrm{A} \le \mu g$

T=4 s)

*****Βλέπε παράρτημα

33. Ο πυκνωτής του παρακάτω κυκλώματος είναι φορτισμένος με φορτίο Q=10 μC, ενώ το ιδανικό πηνίο έχει συντελετή αυτεπαγωγής L=1 H. Αν τη χρονική στιγμή t=0 κλείσουμε το διακόπτη Δ, τότε το κύκλωμα θα αρχίσει να εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με $\omega=10^3$ rad/s.



1) Να βρείτε την ενέργεια της ταλάντωσης,

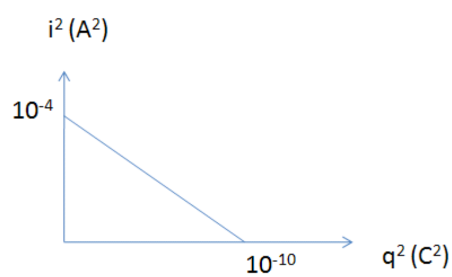
2) Να βρείτε την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη,

3) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση $i^2=f(q^2)$ όπου i η ένταση του ρεύματος και q το φορτίο του πυκνωτή.

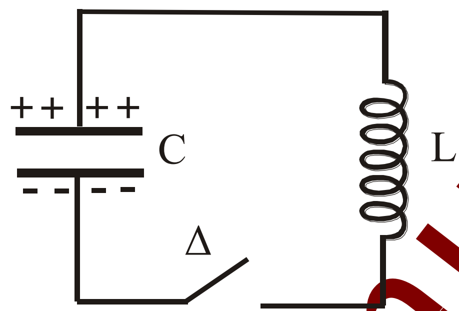
Υπόδειξη: 2) Στο κύκλωμα L-C η τάση του πηνίου δίνεται από τον τύπο: $V_L=-L\dfrac{di}{dt}$ και για κάθε χρονική στιγμή ισχύει ότι: $V_L=V_C \Leftrightarrow -L\dfrac{di}{dt}=\dfrac{q}{C}$

Από την ισότητα αυτή, μπορεί εύκολα να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής $\dfrac{di}{dt}$.

(Απ. 1) $E=5\cdot10^{-5}$ J, 2) $\left|\dfrac{di}{dt}\right|=10A/s$, 3) Η γραφική παράσταση $i^2=f(q^2)$ δίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.)



34. Ένα ιδανικό κύκλωμα L-C αποτελείται από πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L=60 mH, πυκνωτή με χωρητικότητα C=2 μF και διακόπτη Δ. Αρχικά, ο διακόπτης Δ είναι ανοικτός και ο πυκνωτής φορτισμένος μέσω τάσης V=300 V. Τη χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη.



1) Να υπολογίσετε το πλάτος της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

2) Έστω ότι t_1 είναι η χρονική στιγμή που η αρχική ενέργεια του πυκνωτή υποτετραπλασιάζεται για πρώτη φορά.

Να βρείτε την t_1 τα παρακάτω:

Ι. την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα,

ΙΙ. την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο,

ΙΙΙ. τον ρυθμό μεταβολής της τάσης στα άκρα του πυκνωτή ($\frac{dV_C}{dt}$).

(Απ. 1) Ι=$\sqrt{3}$ A, 2) I. i=-1.5 A, II. $U_B=6.75\cdot10^{-2}$ J, III. $\frac{dV_C}{dt}=-75\cdot10^{4}V/s$)

35. Σε ένα ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων L-C ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C=10 μF και η περίοδος είναι T=4 ms. Αν είναι γνωστό ότι τη χρονική στιγμή t=0 το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο και ίσο με $Q=10^{-4}$ C, τότε να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t=5 ms τις παρακάτω ποσότητες:

1) την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου,

2) την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της έντασης του ρεύματος,

3) τον ρυθμό μεταβολής της τάσης του πυκνωτή,

4) τον ρυθμό μεταβολής της ενέργειας του πηνίου.

(Απ. 1) $U_B = 5\cdot10^{-4}$ J, 2) $\left|\frac{di}{dt}\right| = 0 A/s$, 3) $\frac{dV_C}{dt} = -5\pi\cdot10^{3} V/s$, 4) $\frac{dU_B}{dt} = 0 J/s$)

36. Σε ένα ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων L-C ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα C=40 μF και το πηνίο συντελεστή αυτεπαγωγής L=0.1 H. Τη χρονική στιγμή t=0 κατά την οποία ο πυκνωτής έχει μέγιστο φορτίο $Q=10^{-2}$ C, κλείνουμε το διακόπτη του κυκλώματος. Να υπολογίσετε:

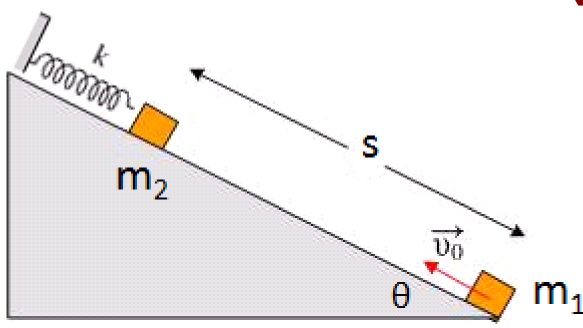
1) τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος,

2) τις χρονικές εξισώσεις της τάσης του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος,

3) το χρόνο που μεσολαβεί μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης χρονικής στιγμής κατά τις οποίες η ενέργεια είναι εξίσου μοιρασμένη σε ηλεκτρική και μαγνητική.

(Απ. 1) I=5 A, 2) V_C=250συν500t, i=-5ημ500t, 3) $\frac{\pi}{1000} s$)

37. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου που έχει γωνία κλίσης $\theta=30^o$ στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου ένα σώμα μάζας $m_2=3$ kg και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα πάνω ένα σώμα μάζας $m_1=1$ kg και αρχικής ταχύτητας $\upsilon_o=5$ m/s που έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι s=0.9 m και η σταθερά του ελατηρίου είναι k=300 N/m. Τα σώματα συγκρούονται μετωπικά και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.



1) Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_2 όταν αμέσως μετά την κρούση το σώμα μάζας m_1 έχει ταχύτητα μέτρου 2 m/s με φορά αντίθετη της αρχικής του.

2) Αν η κρούση είναι πλαστική να βρείτε:

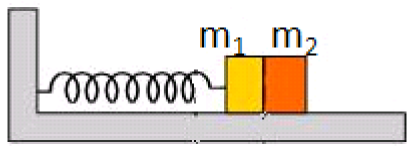
I. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

II. Το μέτρο και την κατεύθυνση της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Δίνεται ότι: $g=10$ m/s^2.

(Απ. 1) $A=0.2$ m, 2) I. $A'=\frac{7}{60}$ m, II. $F_{\varepsilon\lambda,max}=55$ N)

38**. Δύο σώματα με μάζες m_1=1 kg και m_2=3 kg συγκρατούνται σε επαφή με ειδική ‘συγκόλληση’ που ασκεί ελκτικές δυνάμεις μεταξύ των σωμάτων, έτσι ώστε τα σώματα να μένουν σε επαφή. Η ειδική αυτή ‘συγκόλληση’ αντέχει σε δυνάμεις μέχρι 90 N. Το σύστημα των δύο σωμάτων δένεται (από την πλευρά του σώματος m_1) στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K=400 N/m και ηρεμεί. Στη συνέχεια δίνουμε στο σύστημα των δύο σωμάτων ταχύτητα 5 m/s με φορά τέτοια ώστε το ελατήριο να συσπειρώνεται. Να βρείτε:



1) Τη σταθερά επαναφοράς του συστήματος των δύο μαζών και τη σταθερά επαναφοράς για κάθε μάζα ξεχωριστά.

2) Τη θέση στην οποία το σώμα μάζας m_2 χάνει την επαφή του με το σώμα μάζας m_1.

3) Το πλάτος της ταλάντωσης του m_1 μετά την αποκόλληση.

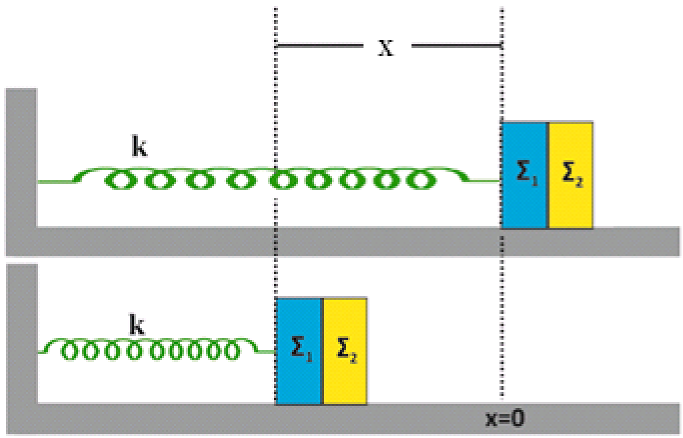
<u>Υπόδειξη:</u> 1) Για το σύστημα των σωμάτων (m_1+m_2) ισχύει ότι: $\Sigma F_x=-Kx$, Άρα D=K και ω=10 rad/s). Επιπλέον για όσο χρόνο υπάρχει επαφή, κάθε σώμα είναι απλός αρμονικός ταλαντωτής με ίδια ω=10 rad/s.

2) Για τα σώματα μάζας m_1 και m_2 οι δυνάμεις επαναφοράς είναι $\Sigma F_1=-D_1x$ και $\Sigma F_2=-D_2x$, αντίστοιχα. Τη δύναμη επαναφοράς σε κάθε περίπτωση συνιστούν η δύναμη του ελατηρίου και η δύναμη επαφής των δύο σωμάτων έστω F. Την οριακή στιγμή κατά την οποία το m_2 χάνει την επαφή του με το m_1 η δύναμη επαναφοράς για το m_2 θα είναι αποκλειστικά η δύναμη επαφής F. Άρα θα ισχύει ότι: $\Sigma F_2=-D_2x$ ή $-F=-m_2\omega^2x$ ή F=300x)

(Απ. 1) D=400 N/m, D_1=100 N/m, D_2=300 N/m, 2) x=0.3 m, 3) Α΄=0.36 m)

**Βλέπε παράρτημα

39**. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ του παρακάτω σχήματος με μάζες m_1=1 kg και m_2=3 kg αντίστοιχα, είναι τοποθετημένα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Το σώμα $Σ_1$ είναι δεμένο στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K=100 N/m με το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Μετακινούμε τα σώματα ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά 0.4 m και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να ταλαντώνεται.



Να βρείτε:

1) Τη θέση στην οποία το $Σ_2$ θα χάσει την επαφή με το $Σ_1$.

2) Το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα κάνει το $Σ_1$ μετά την αποχώρηση του $Σ_2$.

3) Την απόσταση των δύο σωμάτων όταν η ταχύτητα του $Σ_1$ μηδενίζεται για πρώτη φορά.

(Απ. 1) x=0, 2) A΄=0.2 m, 3) Δx=0.114 m)

**Βλέπε παράρτημα

40***. Δίσκος (Δ) μάζας M=3 kg είναι δεμένος στο πάνω μέρος κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=100 N/m. Πάνω στο δίσκο υπάρχει άλλο σώμα (Σ) μάζας m=1 kg και το σύστημα ηρεμεί. Εκτρέπουμε το δίσκο από τη θέση ισορροπίας του κατά 0.5 m προς τα κάτω και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να ταλαντωθεί (t=0).

1) Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς του συστήματος.

2) Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς για το δίσκο (Δ) και για το σώμα (Σ).

3) Να βρείτε σε ποια θέση το σώμα (Σ) χάνει την επαφή με το δίσκο.

4) Ποια είναι η ταχύτητα του σώματος (Σ) τη στιγμή που χάνει την επαφή με το δίσκο;

5) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση F=f(t) της δύναμης που δέχεται το σώμα από το δίσκο.

6) Να βρείτε τη διαφορά Δh του μέγιστου ύψους που φτάνει ο δίσκος (Δ) από το μέγιστο ύψος που φτάνει το σώμα (Σ) μετά το χάσιμο της επαφής τους.

Δίνεται ότι: $g=10\ m/s^2$.

(Απ. 1) D=K=100 N/m, 2) $D_1=m\omega^2=25$ N/m, $D_2= M\omega^2=75$ N/m, 3) Στη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου, 4) υ=+1.5 m/s, 5) $F-mg=-m\omega^2 y \Rightarrow ... \Rightarrow F=10-12.5ημ(5t+\frac{3\pi}{2})$ (S.I.), 6) Δh=1.57 cm)

***Βλέπε παράρτημα

41***. Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο επίπεδο. Στο άλλο άκρο του συνδέεται σταθερά σώμα Α μάζας M=3 kg. Πάνω στο σώμα Α είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας m=1 kg και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο συσπειρωμένο από το φυσικό του μήκος κατά x_1=0.4 m. Στη συνέχεια εκτρέπουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά x_2=0.8 m από τη θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο.

1) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης του συστήματος.

2) Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης κάθε σώματος.

3) Να αποδείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει το σώμα Α, όταν το σύστημα βρίσκεται στη θέση x=0.4 m πάνω από τη θέση ισορροπίας.

4) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Β τη στιγμή που εγκαταλείπει το σώμα Α.

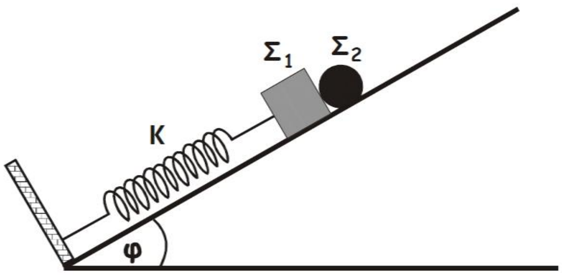
5) Αμέσως μετά το χάσιμο της επαφής το σώμα Β απομακρύνεται. Να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος Α.

Δίνεται ότι: $g=10\ m/s^2$.

(Απ. 1) ω=5 rad/s, 2) D_A=75 N/m, D_B=25 N/m, 3) Απώλεια επαφής έχουμε στη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου, 4) $υ_B=2\sqrt{3}$ m/s, 5) $υ_{A,max}=\sqrt{15}$ m/s)

***Βλέπε παράρτημα

42****. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ του παρακάτω σχήματος με m_1=1 Kg και m_2=3 Kg αντίστοιχα, είναι τοποθετημένα σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ=30^o και εφάπτονται μεταξύ τους. Το $Σ_1$ είναι δεμένο στην άκρη του ελατηρίου σταθεράς K=100 N/m. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Μετακινούμε τα σώματα ώστε το ελατήριο να συσπειρωθεί κατά A=40 cm και στη συνέχεια τα αφήνουμε ελεύθερα. Να βρείτε:



1) Πως μεταβάλλεται με το χρόνο και μέχρι να αποχωριστούν τα $Σ_1$ και $Σ_2$, η δύναμη ανάμεσα στις δυο μάζες, αν για t=0 είναι x=0 και υ>0.

2) Τη θέση στην οποία θα αποχωριστεί το $Σ_2$ από το $Σ_1$.

3) Την ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί το $Σ_1$ αφού αποχωριστεί από το $Σ_2$.

4) Το κλάσμα της κινητικής ενέργειας του $Σ_2$, αμέσως μετά τον αποχωρισμό, προς την αρχική ενέργεια της ταλάντωσης των δυο σωμάτων.

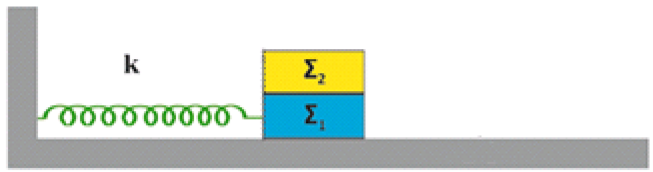
5) Την απόσταση μεταξύ των δυο σωμάτων όταν το $Σ_1$ πραγματοποιήσει μια ταλάντωση μετά τον αποχωρισμό.

6) Αν κολλήσουμε τα δυο σώματα, με μια κόλλα τότε ποια είναι η μέγιστη σταθερή ελκτική δύναμη που πρέπει να ασκεί η κόλλα στα δυο σώματα ώστε κάποτε να αποχωριστούν; Δίνονται: π=3.14, π^2=10, $\sqrt{3}$=1,7 και g=10 m/s^2.

(Απ. 1) $F_{12}=15-30\eta\mu 5t$, 2) Θ.Φ.Μ του ελατηρίου, 3) $E'_T=\frac{13}{8}$ J 4) $\frac{K_2}{E_T}=\frac{9}{16}$, 5) x_2=6.76 cm, 6) $F_{max}=15\,\text{N}$)

****Βλέπε παράρτημα

43*****. Ένα οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k=100 N/m που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο δάπεδο είναι στερεωμένο στο ένα άκρο του ενώ στο άλλο άκρο είναι δεμένο σώμα Σ_1 μάζας m_1=3 kg. Πάνω στο σώμα Σ_1 βρίσκεται άλλο σώμα Σ_2 μάζας m_2=1 kg που παρουσιάζει με αυτό συντελεστή στατικής τριβής $\mu_{στ}$=0.5. Εκτρέπουμε το σύστημα από τη θέση ισορροπίας και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο.



1) Να δείξετε ότι το σύστημα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

2) Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς για το σύστημα των σωμάτων Σ_1, Σ_2.

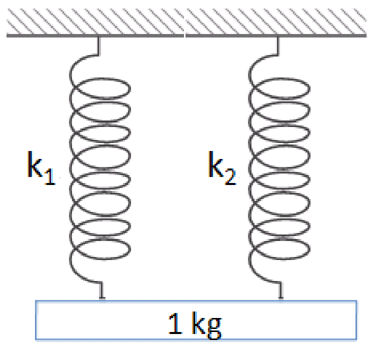
3) Να βρείτε τις σταθερές επαναφοράς για το σώμα Σ_1 και για το σώμα Σ_2.

4) Να βρεθεί το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης ώστε το σώμα Σ_2 να μην ολισθαίνει πάνω στο Σ_1.

(Απ. 1) $\Sigma F=-kx=-100x$, 2) D=100 N/m, 3) D_1=75 N/m, D_2=25 N/m, 4) A_{max}=0.2 m)

*****Βλέπε παράρτημα

44. Στο κάτω άκρο δύο κατακόρυφων ελατηρίων που έχουν το ίδιο φυσικό μήκος (l_o) και σταθερές k_1 και k_2 είναι δεμένο σώμα μάζας 1 kg που ηρεμεί. Στη θέση αυτή τα ελατήρια είναι παραμορφωμένα κατά 0.1 m. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας κατά 0.1 m και του δίνουμε ταχύτητα υ προς τα πάνω. Όταν ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας γίνει μέγιστος για πρώτη φορά η συσπείρωση των ελατηρίων είναι 0.1 m.



1) Να δείξετε ότι το σώμα εκτελεί απλή α.α.τ.

2) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας του σώματος, θεωρώντας ως t=0 τη στιγμή έναρξης της ταλάντωσης.

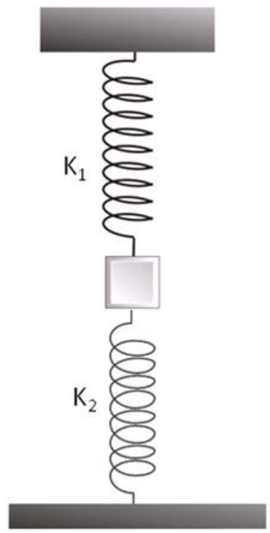
3) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής όταν το σώμα ανέρχεται και τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος.

4) Να βρείτε την αρχική ταχύτητα υ.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Απ. 1) Το σώμα εκτελεί απλή α.α.τ. με D=k_1+k_2, 2) $y = 0.2\eta\mu(10t + \frac{5\pi}{6})$, $\upsilon = 2\sigma\upsilon\nu(10t + \frac{5\pi}{6})$, 3) $\frac{dp}{dt}$=10 kg·m/s^2, 4) $\upsilon = -\sqrt{3}$ m/s)

45. Ένα σώμα με μάζα 4 kg ηρεμεί δεμένο στα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων με σταθερές K_1=100 N/m και K_2=200 N/m, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, με το κάτω ελατήριο (K_2) να έχει το φυσικό του μήκος. Εκτρέπουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα πάνω κατά 0.5 m και το αφήνουμε να κινηθεί.



1) Να δείξετε ότι το σώμα εκτελεί απλή α.α.τ.

2) Να βρείτε την ενέργεια που προσφέρθηκε στο σώμα για την παραπάνω εκτροπή.

3) Τη στιγμή που μηδενίζεται για πρώτη φορά η ταχύτητα του σώματος, το πάνω ελατήριο (K_1) λύνεται με αποτέλεσμα το σώμα να ταλαντώνεται μόνο λόγω της ύπαρξης του κάτω ελατηρίου. Να υπολογίσετε την ενέργεια της νέας ταλάντωσης του σώματος.

Υπόδειξη: 2) Η ενέργεια που προσφέρθηκε στο σώμα για την εκτροπή είναι ίση με την ενέργεια της ταλάντωσης $E = \frac{1}{2}DA^2$.

(Απ. 1) Το σώμα εκτελεί απλή α.α.τ. με $D=K_1+K_2$=300 N/m, 2) E=37.5 J,

3) E΄=9 J)

46. Ένα σώμα μάζας m=1 kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις:

$$x_1 = 10\eta\mu(3\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ και } x_2 = 10\eta\mu(3\pi t - \frac{\pi}{6}),\ x_1, x_2 \text{ σε cm και } t \text{ σε s,}$$

της ίδιας διεύθυνσης και με την ίδια θέση ισορροπίας.

1) Να βρείτε τη διαφορά φάσης των δύο ταλαντώσεων.

2) Να γράψετε την εξίσωση της ταλάντωσης που προκύπτει.

3) Να βρείτε τη σταθερά D της συνισταμένης ταλάντωσης.

4) Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο.

Υπόδειξη: Για τη σύνθετη ταλάντωση ισχύει ότι: $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}$, $\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{A_2\eta\mu\Delta\varphi}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\Delta\varphi}$, όπου $\Delta\varphi$ η διαφορά φάσης. Η φάση της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίση με τη μικρότερη φάση αυξημένη κατά θ:

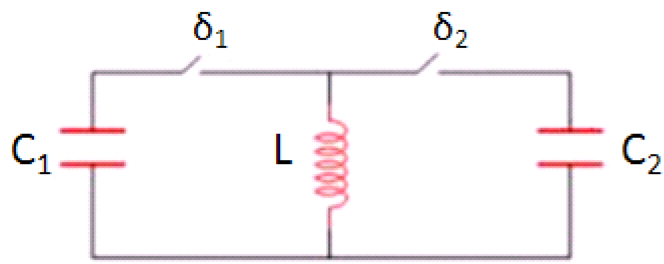
(Απ. 1) Δφ=$\frac{\pi}{2}$, 2) $x = 10\sqrt{2}\eta\mu(3\pi t + \frac{\pi}{12})$, 3) $9\pi^2$ N/m,

4) $\Sigma F = -0.9\sqrt{2}\pi^2\eta\mu(3\pi t + \frac{\pi}{12}))$

47. Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος δίνονται:

$$C_1=10^{-4}\ \text{F},\ C_2=4\cdot10^{-4}\ \text{F και } L=1\ \text{H}.$$

Οι διακόπτες (δ_1) και (δ_2) είναι αρχικά ανοικτοί και οι πυκνωτές είναι φορτισμένοι με φορτία $Q_1=10^{-2}$ C και $Q_2=\sqrt{2}\cdot10^{-2}$ C αντίστοιχα. Δίνεται ότι οι πάνω οπλισμοί είναι αρχικά θετικά φορτισμένοι.



1) Να βρεθεί ο λόγος των τάσεων των δύο πυκνωτών.

2) Κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0 κλείνει ο (δ_1) ενώ ο (δ_2) παραμένει ανοικτός. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της τάσης του πηνίου, το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος και το ρυθμό μεταβολής της ενέργειας του μαγνητικού πεδίου του πηνίου τη χρονική στιγμή που η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι τριπλάσια από την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου για πρώτη φορά.

3) Τη χρονική στιγμή $t_1=1.75\pi\cdot10^{-2}$ s ανοίγει ο (δ_1) και ταυτόχρονα κλείνει ο (δ_2), χωρίς απώλειες ενέργειας (χωρίς να σχηματιστεί σπινθήρας). Πόση ενέργεια παραμένει αποθηκευμένη στον πυκνωτή C_1;

4) Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις της έντασης του ρεύματος $i_2=f(t)$ και του φορτίου του πυκνωτή $q_2=f(t)$, θεωρώντας ως θετική φορά για το ρεύμα, τη φορά του ρεύματος στο πηνίο τη χρονική στιγμή t_1. Για τις εξισώσεις αυτές να θεωρήσετε ως αρχή μέτρησης του χρόνου t=0, τη στιγμή που ανοίγει ο (δ_1) και ταυτόχρονα κλείνει ο (δ_2).

5) Να γράψετε τις ίδιες εξισώσεις διατηρώντας την αρχή μέτρησης του χρόνου t= 0, ίδια με αυτή του ερωτήματος 2).

(Απ. 1) $\frac{V_1}{V_2} = 2\sqrt{2}$, 2) $\frac{di}{dt} = -50\sqrt{3}$ A/s, $\frac{dV_L}{dt} = \frac{dV_C}{dt} = \frac{i}{C_1} = -5 \cdot 10^3$ V/s,

$U_E + U_B = E_T \rightarrow \frac{dU_B}{dt} = -\frac{dU_E}{dt} = -V_C \cdot i = 25\sqrt{3}$ J/s, 3) $U_1 = 0.25$ J,

4) i_2=συν(50t+$\frac{\pi}{4}$) (S.I.), q_2=$2\cdot 10^{-2}$ημ(50t+$\frac{\pi}{4}$) (S.I.),

5) q_2=$2\cdot 10^{-2}$ημ[50(t-1.75π·10^{-2}) +$\frac{\pi}{4}$]$\Rightarrow \ldots \Rightarrow$ q_2=$2\cdot 10^{-2}$ημ(50t-$\frac{5\pi}{8}$) (S.I.),

i_2=συν(50t-$\frac{5\pi}{8}$) (S.I.), t $\geq$ 1.75π·10^{-2} s)

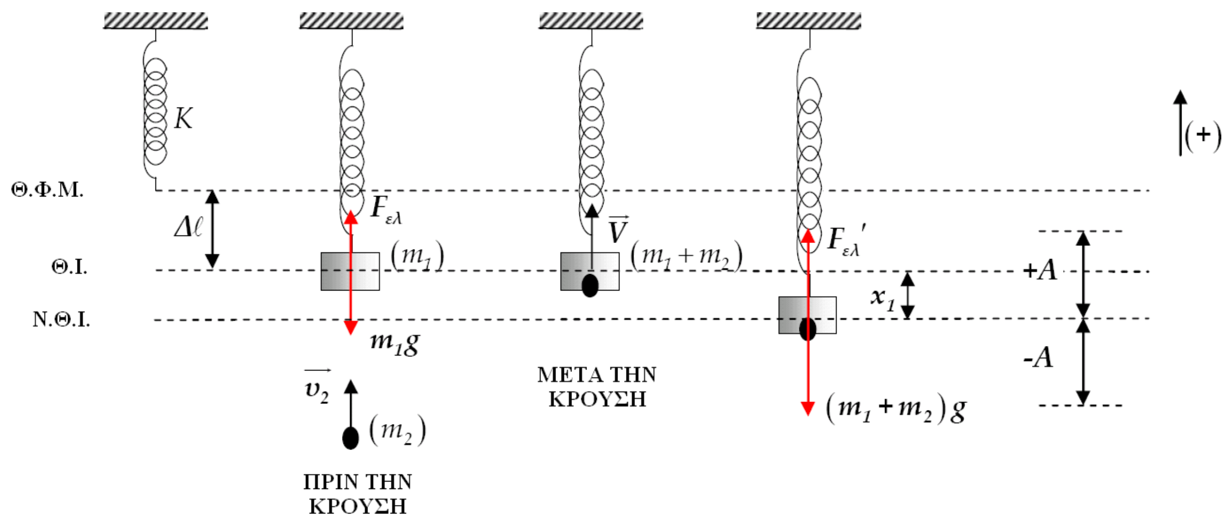
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ - ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

* (Ασκήσεις 28 & 29)

Κατακόρυφα Ελατήρια (Πλαστική Κρούση και Αλλαγή στη Θέση Ισορροπίας)

<u>Σύντομη περιγραφή της μεθόδου λύσεως παρόμοιων ασκήσεων</u>



Θ.Φ.Μ.=ΘΕΣΗ ΦΥΣΙΚΟΥ ΜΗΚΟΥΣ
Θ.Ι.=ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ
Ν.Θ.Ι.=ΝΕΑ ΘΕΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

Η συνισταμένη των δυνάμεων στις δύο θέσεις ισορροπίας είναι μηδέν ($\Sigma F_y=0$).

Θ.Ι.→ $\Sigma F_y=0$ => $F_{\varepsilon\lambda} - m_1 g = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = m_1 g \Rightarrow k\Delta l = m_1 g \Rightarrow \Delta l = \frac{m_1 g}{k}$

Θ.Ι.→ $\Sigma F_y=0$ => $F_{\varepsilon\lambda}' - (m_1+m_2)g = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}' = (m_1+m_2)g \Rightarrow k(x_1+\Delta l) = (m_1+m_2)g$

$$\Rightarrow kx_1 + k\Delta l = m_1 g + m_2 g \Rightarrow kx_1 = m_2 g \Rightarrow x_1 = \frac{m_2 g}{k}$$

Για την πλαστική κρούση που πραγματοποιείται ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο)

$m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \dfrac{m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}$ (προσοχή εδώ εξετάζουμε την περίπτωση κατά την οποία ισχύει ότι: $\upsilon_1 = 0$ - Αν είναι $\upsilon_1 \neq 0$ τότε η προηγούμενη σχέση αλλάζει)

Από την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας (Α.Δ.Ε) για την ταλάντωση έχουμε:

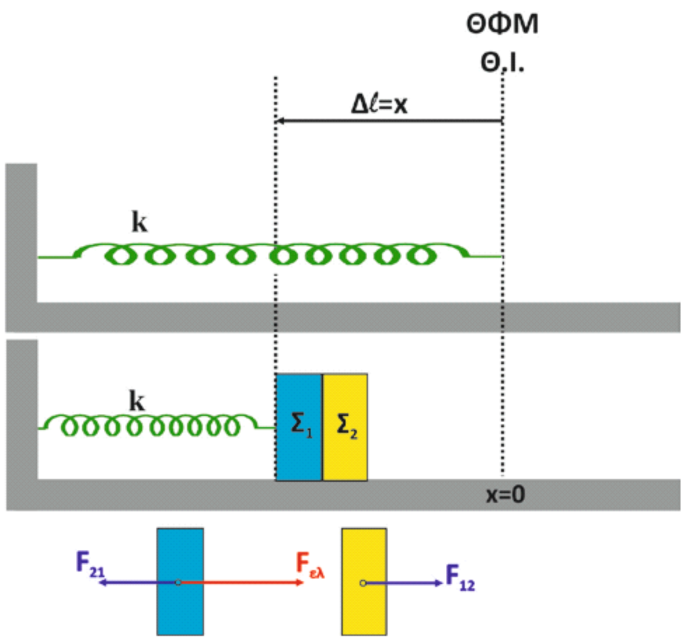
$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{(m_1 + m_2)V^2 + kx_1^2}{k} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)V^2 + kx_1^2}{k}}$$

** (Ασκήσεις 38 & 39)

Μελέτη Ταλάντωσης με Απώλεια Επαφής (Οριζόντιο Ελατήριο)

<u>Σύντομη περιγραφή της μεθόδου λύσεως παρόμοιων ασκήσεων</u>



Αρχικά θα εξετάσουμε την κίνηση των δύο σωμάτων για όσο χρόνο παραμένουν σε επαφή μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο ελατήριο ενώ το σώμα Σ_2 απλώς ακουμπάει στο Σ_1.

Αν θεωρήσουμε <u>τα δύο σώματα σύστημα</u> εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε$ πως όσο τα σώματα είναι σε επαφή το σύστημα αυτό κάνει τμήμα απλής αρμονικής ταλάντωσης με σταθερά $D=k$ όπου k η σταθερά του ελατηρίου. Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση: $k=(m_1+m_2)\omega^2$

$<u>Απόδειξη:</u>

Για το σύστημα των δύο σωμάτων στην τυχαία θέση x ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\varepsilon\lambda} = -kx \quad (1)$$

Άρα, συγκρίνοντας τη σχέση (1) με τη γνωστή σχέση $\Sigma F = -Dx$ έχουμε ότι:

$$D = k \quad (2)$$

<u>Σημείωση:</u> Οι δυνάμεις που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο είναι αντίθετες μεταξύ τους ($F_{12} = -F_{21}$) <u>ως εσωτερικές δυνάμεις</u> του συστήματος και *αλληλοαναιρούνται*.

→ Για το σύστημα των δύο σωμάτων έχουμε:

$$D = (m_1 + m_2)\omega^2 \overset{(2)}{\Rightarrow} k = (m_1 + m_2)\omega^2 \quad (3)$$

→ Για το σώμα Σ_1 έχουμε: $D_1 = m_1\omega^2$ (4)

Διαιρώντας τις σχέσεις (4) και (3) κατά μέλη, έχουμε:

$$\frac{D_1}{k} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow D_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2}k$$

→ Για το σώμα Σ_2 έχουμε: $D_2 = m_2\omega^2$ (5)

Διαιρώντας τις σχέσεις (5) και (3) κατά μέλη, έχουμε:

$$\frac{D_2}{k} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow D_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}k$$

<u>Απώλεια επαφής των δύο σωμάτων</u>

Απώλεια επαφής των δύο σωμάτων έχουμε όταν πάψει να υπάρχει δύναμη επαφής ανάμεσά τους, δηλαδή όταν ισχύει ότι:

$$F_{21} = F_{12} = 0$$

Αρχικά γράφουμε για το σώμα μάζας m_2 τη συνθήκη της απλής αρμονικής ταλάντωσης:

$$\Sigma F_2 = -D_2 x = -m_2\omega^2 x \Rightarrow F_{12} = -m_2\omega^2 x \quad (6)$$

Έστω ότι συμβολίζουμε την απομάκρυνση στη θέση όπου χάνεται η επαφή με x^*.

Τότε από τη σχέση (6) έχουμε:

$$0 = -m_2\omega^2 x^* \Rightarrow x^* = 0$$

Επομένως <u>η επαφή χάνεται στη Θέση Φυσικού Μήκους (**Θ.Φ.Μ.**) του ελατηρίου η οποία στην περίπτωσή μας ταυτίζεται με τη Θέση Ισορροπίας (**Θ.Ι.**) της ταλάντωσης.</u>

<u>Χρήσιμες Παρατηρήσεις:</u>

1. Το σύστημα των δύο σωμάτων θα περάσει υποχρεωτικά από την Θ.Φ.Μ. (αφού είναι η Θ.Ι.) οπότε η επαφή θα χαθεί οπωσδήποτε.

2. Μετά την απώλεια επαφής:

- ✓ Το σώμα Σ_2 δεν δέχεται οριζόντιες δυνάμεις που μπορούν να μειώσουν το μέτρο της ταχύτητάς του (έχουμε θεωρήσει λείο οριζόντιο επίπεδο) και θα συνεχίσει κάνοντας Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση με ταχύτητα τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης.
- ✓ Το σώμα Σ_1 καθώς παραμένει δεμένο στο ελατήριο, θα κάνει <u>**νέα** Απλή Αρμονική Ταλάντωση</u> η οποία:

→ Θα έχει <u>την ίδια</u> Θέση Ισορροπίας.

→ Θα έχει σταθερά ταλάντωσης D=k

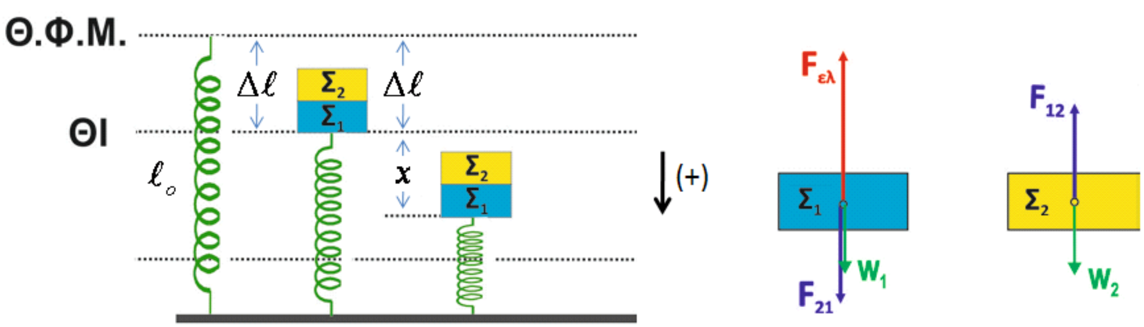
→ Θα έχει διαφορετική γωνιακή συχνότητα ω΄: $\omega' = \sqrt{\dfrac{k}{m_1}}$

→ Θα έχει διαφορετικό πλάτος ταλάντωσης A': $A' = \dfrac{\omega A}{\omega'}$, όπου A το πλάτος ταλάντωσης του συστήματος των δύο σωμάτων.

*** (Ασκήσεις 40 & 41)

Μελέτη Ταλάντωσης με Απώλεια Επαφής (Κατακόρυφο Ελατήριο)

Σύντομη περιγραφή της μεθόδου λύσεως παρόμοιων ασκήσεων



Αρχικά θα εξετάσουμε την κίνηση των δύο σωμάτων για όσο χρόνο παραμένουν σε επαφή μεταξύ τους. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο ελατήριο ενώ το σώμα Σ_2 απλώς ακουμπάει στο Σ_1.

Αν θεωρήσουμε <u>τα δύο σώματα σύστημα</u> εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε# πως όσο τα σώματα είναι σε επαφή το σύστημα αυτό κάνει τμήμα απλής αρμονικής ταλάντωσης με σταθερά $D = k$ όπου k η σταθερά του ελατηρίου. Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση: $k = (m_1 + m_2)\omega^2$

#Απόδειξη:

Για τη θέση ισορροπίας του συστήματος έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow m_1 g + m_2 g - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2)g = k\Delta\ell \quad (1)$$

Για την τυχαία θέση x, αν λάβουμε ως θετική τη φορά προς τα κάτω, η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα των δύο σωμάτων είναι:

$$\Sigma F = m_1 g + m_2 g - F'_{\varepsilon\lambda} \overset{(1)}{\Rightarrow} \Sigma F = k\Delta\ell - k(\Delta\ell + x) \Rightarrow \Sigma F = -kx \quad (2)$$

Άρα , συγκρίνοντας τη σχέση (2) με τη γνωστή σχέση $\Sigma F = -Dx$ έχουμε ότι:

$$D = k \quad (3)$$

<u>Σημείωση:</u> Οι δυνάμεις που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο είναι αντίθετες μεταξύ τους ($F_{21} = -F_{12}$) <u>ως εσωτερικές δυνάμεις</u> του συστήματος και *αλληλοαναιρούνται*.

→ Για το σύστημα των δύο σωμάτων έχουμε:

$$D = (m_1 + m_2)\omega^2 \overset{(3)}{\Rightarrow} k = (m_1 + m_2)\omega^2 \quad (4)$$

→ Για το σώμα Σ_1 έχουμε: $D_1 = m_1\omega^2$ (5)

Διαιρώντας τις σχέσεις (5) και (4) κατά μέλη, έχουμε:

$$\frac{D_1}{k} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow D_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} k$$

→ Για το σώμα Σ_2 έχουμε: $D_2 = m_2\omega^2$ (6)

Διαιρώντας τις σχέσεις (6) και (4) κατά μέλη, έχουμε:

$$\frac{D_2}{k} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow D_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} k$$

<u>Απώλεια επαφής των δύο σωμάτων</u>

Απώλεια επαφής των δύο σωμάτων έχουμε όταν πάψει να υπάρχει δύναμη επαφής ανάμεσά τους, δηλαδή όταν ισχύει ότι:

$$F_{21} = F_{12} = 0$$

Αρχικά γράφουμε για το σώμα μάζας m_2 τη συνθήκη της απλής αρμονικής ταλάντωσης:

$$\Sigma F_2 = -D_2 x = -m_2\omega^2 x \Rightarrow m_2 g - F_{12} = -m_2\omega^2 x \quad (7)$$

Έστω ότι συμβολίζουμε την απομάκρυνση στη θέση όπου χάνεται η επαφή με x^*.

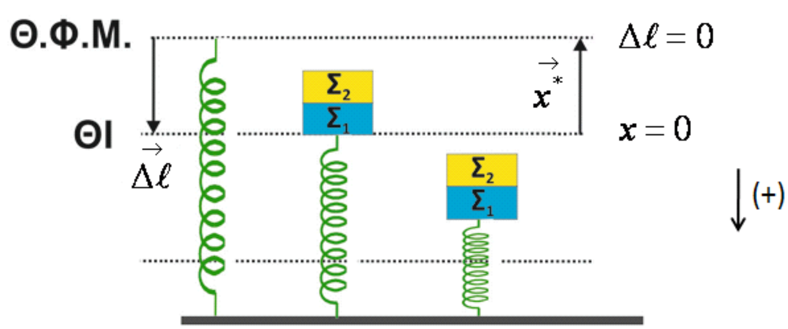
Τότε από τη σχέση (7) έχουμε:

$$m_2 g - 0 = -m_2\omega^2 x^* \Rightarrow x^* = -\frac{g}{\omega^2} \overset{(4)}{\Rightarrow} x^* = -\frac{(m_1+m_2)g}{k}$$

Όμως από τη σχέση (1) παίρνουμε εύκολα ότι η παραμόρφωση του ελατηρίου μέχρι τη Θέση Ισορροπίας του συστήματος των δύο σωμάτων είναι:

$$\Delta\ell = \frac{(m_1+m_2)g}{k}$$

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τα διανύσματα $\vec{\Delta\ell}$ και $\vec{x^*}$ έχουν αντίθετες αλγεβρικές τιμές, δηλαδή είναι αντίθετα μεταξύ τους. Επίσης το ένα διάνυσμα ξεκινά εκεί που τελειώνει το άλλο (βλέπε το παρακάτω σχήμα). Επομένως <u>η θέση απώλειας επαφής είναι η Θέση Φυσικού Μήκους (**Θ.Φ.Μ.**) του ελατηρίου.</u>



<u>Χρήσιμες Παρατηρήσεις:</u>

1. Το σύστημα των δύο σωμάτων δεν περνά υποχρεωτικά από την Θ.Φ.Μ. οπότε δεν είναι βέβαιο ότι η επαφή θα χαθεί. Αυτό εξαρτάται από το πλάτος της ταλάντωσης. Η επαφή χάνεται μόνο αν ισχύει $A > |\Delta\ell|$.

2. Μετά την απώλεια επαφής (εφόσον υπάρξει):

- ✓ Το σώμα Σ_2 θα κάνει κατακόρυφη βολή με αρχική ταχύτητα της οποίας το μέτρο μπορεί να καθοριστεί με εφαρμογή της Αρχής Διατήρησης της Ενέργειας της ταλάντωσης του συστήματος των δύο σωμάτων.

- ✓ Το σώμα Σ_1 καθώς παραμένει δεμένο στο ελατήριο, θα κάνει **νέα** Απλή Αρμονική Ταλάντωση η οποία:

→ Θα έχει διαφορετική Θέση Ισορροπίας.

→ Θα έχει σταθερά ταλάντωσης D=k

→ Θα έχει διαφορετική γωνιακή συχνότητα ω΄: $\omega' = \sqrt{\dfrac{k}{m_1}}$

→ Θα έχει πλάτος ταλάντωσης Α΄ που υπολογίζεται με εφαρμογή της Αρχής Διατήρησης της Ενέργειας της ταλάντωσης, για την νέα ταλάντωση του Σ_1.

**** (Άσκηση 42)

Μελέτη Ταλάντωσης με Απώλεια Επαφής (Πλάγιο Επίπεδο)

Σύντομη περιγραφή της μεθόδου λύσεως παρόμοιων ασκήσεων

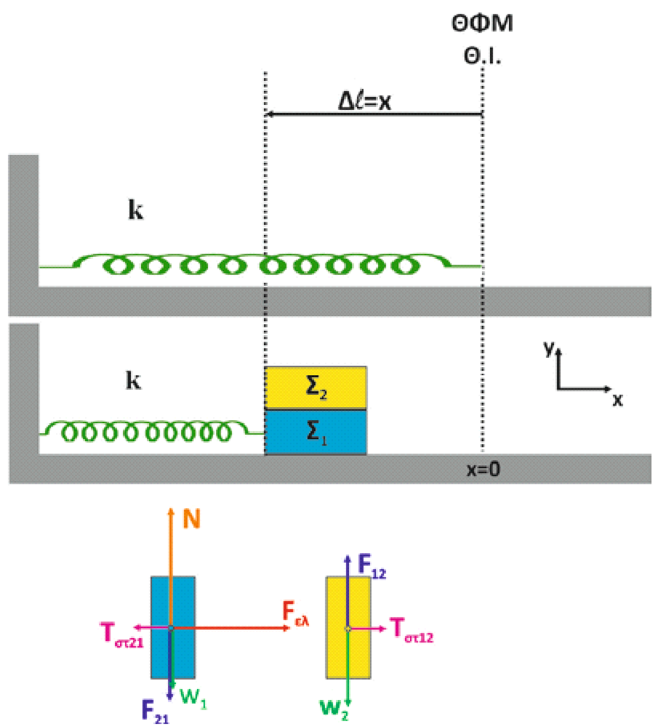
Ισχύουν όσα αναφέραμε και στην κατακόρυφη ταλάντωση με μόνη διαφορά ότι τα βάρη πρέπει να αντικατασταθούν από τις συνιστώσες τους που είναι παράλληλες με το πλάγιο επίπεδο, δηλαδή w=wημφ, όπου φ η γωνία κλίσης του πλαγίου επιπέδου.

Ως συμπέρασμα προκύπτει και σε αυτή την περίπτωση ότι η απώλεια επαφής, αν συμβεί, θα συμβεί στη Θέση Φυσικού Μήκους του ελατηρίου.

***** (Ασκήσεις 32 & 43)

Η επιφάνεια επαφής είναι παράλληλη στη διεύθυνση της ταλάντωσης (το ένα σώμα ΄΄κάθεται΄΄ πάνω στο άλλο) – **Ταλάντωση σε Οριζόντιο Επίπεδο**

<u>Σύντομη περιγραφή της μεθόδου λύσεως παρόμοιων ασκήσεων</u>



Θα εξετάσουμε την κίνηση των δύο σωμάτων υποθέτοντας ότι το ένα σώμα δεν ολισθαίνει σε σχέση με το άλλο. Το σώμα Σ_1 είναι δεμένο στο ελατήριο ενώ το σώμα Σ_2 απλώς ακουμπάει στο Σ_1.

Αν θεωρήσουμε <u>τα δύο σώματα σύστημα</u> εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε^ πως το σύστημα αυτό κάνει ΑΑΤ με σταθερά $D = k$ όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$k = (m_1 + m_2)\omega^2$$

^Απόδειξη:

Για το σύστημα των δύο σωμάτων στην τυχαία θέση x ισχύει:

$$\Sigma F_x = F_{\varepsilon\lambda} = -kx \quad (1)$$

αφού οι δυνάμεις στατικής τριβής που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο είναι αντίθετες μεταξύ τους ($\mathrm{T}_{\sigma\tau 12} = -\mathrm{T}_{\sigma\tau 21}$) ως εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος και *αλληλοαναιρούνται*.

Άρα, συγκρίνοντας τη σχέση (1) με τη γνωστή σχέση $\Sigma F = -Dx$ έχουμε ότι:

$$D = k \quad (2)$$

→ Για το σύστημα των δύο σωμάτων έχουμε:

$$D = (m_1 + m_2)\omega^2 \overset{(2)}{\Rightarrow} k = (m_1 + m_2)\omega^2$$

→ Για το σώμα Σ_1 έχουμε: $D_1 = m_1\omega^2$

→ Για το σώμα Σ_2 έχουμε: $D_2 = m_2\omega^2$

Συνθήκη μη ολίσθησης

Για να μην υπάρχει ολίσθηση μεταξύ των σωμάτων θα πρέπει το μέτρο της στατικής τριβής που απαιτείται να μην υπερβαίνει το μέτρο της μέγιστης στατικής τριβής, δηλαδή:

$$|\mathrm{T}_{\sigma\tau 12}| \le |\mathrm{T}_{\sigma\tau\,\max}| \Rightarrow m_2\omega^2|x| \le \mu|F_{12}| \Rightarrow m_2\omega^2|x| \le \mu m_2|g| \Rightarrow \omega^2|x| \le \mu|g|$$

όπου χρησιμοποιήσαμε τη συνθήκη ισορροπίας του Σ_2 στον y-άξονα:

$$|F_{12}| = m_2|g|$$

Διακρίνουμε τώρα δύο περιπτώσεις:

1. Το πλάτος Α της ταλάντωσης είναι δεδομένο

Για να μην υπάρχει ολίσθηση θα πρέπει να ισχύει:

$$\mu \geq \frac{\omega^2 A}{|g|}$$

δηλαδή η ελάχιστη τιμή του συντελεστή τριβής ώστε να μην υπάρξει ολίσθηση είναι:

$$\mu_{\min} = \frac{\omega^2 A}{|g|}$$

2. Ο συντελεστής τριβής μ είναι δεδομένος

Για να μην υπάρχει ολίσθηση θα πρέπει να ισχύει:

$$|x| \leq \frac{\mu|g|}{\omega^2}$$

δηλαδή το μέγιστο επιτρεπόμενο πλάτος ταλάντωσης είναι:

$$A = \frac{\mu|g|}{\omega^2}$$

ΚΥΜΑΤΑ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Δώστε την σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις

1. Έστω ότι δύο ηχητικά κύματα A και B διαδίδονται στο ίδιο μέσο και έχουν συχνότητες f_A=200 Hz και f_B=400 Hz αντίστοιχα. Τότε για τα μήκη κύματος λ_A και λ_B αυτών ισχύει ότι:

Α. $\lambda_A=2\lambda_B$

Β. $\lambda_A=\lambda_B$

Γ. $\lambda_B=2\lambda_A$

Δ. $\lambda_B=4\lambda_A$

2. Κατά τη διάδοση ενός εγκάρσιου κύματος τα σωμάτια του μέσου διάδοσης κινούνται:

Α. σε ελλειπτικές τροχιές,

Β. κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος,

Γ. κυκλικά,

Δ. παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

3. Ένα αρμονικό κύμα συχνότητας f=200 Hz διαδίδεται σε ένα ελαστικό μέσο με ταχύτητα υ=300 m/s. Η διαφορά φάσης την ίδια χρονική στιγμή μεταξύ δύο σημείων του μέσου που βρίσκονται στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος και απέχουν μεταξύ τους Δx=0.75m είναι:

Α. π/2

Β. 2π

Γ. π

Δ. 3π/2

4. Ένα αρμονικό κύμα έχει συχνότητα f=10 Hz και διαδίδεται σ’ ένα ομογενές ελαστικό μέσο. Αν στην ευθεία διάδοσης του κύματος δύο σημεία Α και Β του μέσου, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση Δx=2 m, παρουσιάζουν την ίδια χρονική στιγμή διαφορά φάσης Δφ=π/6 rad, τότε η ταχύτητα διάδοσης υ του κύματος είναι:

Α. 12 m/s

Β. 120 m/s

Γ. 60 m/s

Δ. 240 m/s

5. Τα ηχητικά κύματα δεν διαδίδονται:

Α. σε αέρια

Β. σε υγρά

Γ. στο κενό

Δ. σε στερεά

6. Η εξίσωση ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$y=0.3ημ(100πt-20πx) \quad (S.I.)$$

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι:

Α. υ= 100 m/s

Β. υ= 20 m/s

Γ. υ= 5 m/s

Δ. υ=30πσυν(100πt-20πx)

7. Σε ένα αρμονικό κύμα αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης της πηγής, διατηρώντας σταθερή τη συχνότητα ταλάντωσης, τότε διπλασιάζεται:

Α. η ταχύτητα διάδοσης του κύματος,

Β. η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου $υ_{max}$,

Γ. το μήκος κύματος λ,

Δ. η μεταφερόμενη ανά μονάδα μάζας ενέργεια.

8. Ποιο από τα παρακάτω κύματα στο (S.I.) έχει μεγαλύτερη ταχύτητα διάδοσης;

Α. y_1=0.1ημ(100πt-20πx)

Β. y_2=0.2ημ(400πt-10πx)

Γ. y_3=0.3ημ(200πt-40πx)

Δ. y_4=0.4ημ(500πt-10πx)

9. Αρμονικό μονοδιάστατο κύμα διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο. Σε κάποιο χρόνο Δt η πηγή παραγωγής των κυμάτων εκτελεί 50 πλήρεις ταλαντώσεις και το κύμα διαδίδεται κατά 5 m. Το μήκος κύματος είναι:

Α. 50 m

Β. 5 m

Γ. 0.1 m

Δ. 10 m

10. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών σε ένα στάσιμο κύμα είναι:

Α. $\frac{3\lambda}{2}$

Β. $\frac{\lambda}{2}$

Γ. λ

Δ. 2λ

11. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Α. είναι η διάδοση ενός ηλεκτρικού πεδίου,

Β. είναι η διάδοση ενός μαγνητικού πεδίου,

Γ. είναι η ταυτόχρονη διάδοση ενός ηλεκτρικού και ενός μαγνητικού πεδίου,

Δ. δεν διαδίδονται στο κενό.

12. Η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος, η περίοδός του και το μήκος κύματος συνδέονται με τη σχέση:

Α. $\upsilon = \sqrt{\lambda \mathrm{T}}$

Β. $\upsilon = \dfrac{\lambda}{\mathrm{T}}$

Γ. $\upsilon = \lambda \mathrm{T}$

Δ. $\upsilon = \lambda \mathrm{T}^2$

13. Στάσιμο κύμα ονομάζεται το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων:

Α. ίδιου πλάτους και διαφορετικής συχνότητας που διαδίδονται στο ίδιο μέσο σε αντίθετες κατευθύνσεις,

Β. ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας που διαδίδονται στο ίδιο μέσο προς την ίδια κατεύθυνση,

Γ. ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας που διαδίδονται στο ίδιο μέσο σε αντίθετες κατευθύνσεις,

Δ. διαφορετικού πλάτους και ίδιας συχνότητας που διαδίδονται στο ίδιο μέσο σε αντίθετες κατευθύνσεις.

14. Κατά τη διάδοση του κύματος μεταφέρεται από το ένα σημείο του χώρου σε κάποιο άλλο:

Α. ύλη,

Β. ενέργεια και ορμή,

Γ. μάζα,

Δ. τίποτα από τα παραπάνω.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα γραμμικό αρμονικό κύμα έχει εξίσωση:

$$y=0.05ημ(2πt-20πx) \text{ (S.I.)}$$

Να υπολογιστούν τα παρακάτω:

1) το μήκος κύματος λ,

2) η ταχύτητα του κύματος,

3) η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου,

4) η απόσταση μεταξύ δύο σημείων του ελαστικού μέσου που παρουσιάζουν διαφορά φάσης 45^{o}.

(Απ. 1) λ=0.1 m, 2) υ=0.1 m/s, 3) $υ_{max}$=0.314 m/s, 4) Δx=0.0125 m)

2. Ένα γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται σε κάποιο ελαστικό μέσο με ταχύτητα διάδοσης υ=1 m/s. Αν η εξίσωση της ταλάντωσης της πηγής του κύματος είναι y=5ημ20πt (y σε cm και t σε s), τότε να βρείτε:

1) τη χρονική στιγμή t_1 που θα αρχίσει να κινείται ένα σημείο Μ του μέσου το οποίο βρίσκεται στην ευθεία διάδοσης του κύματος και απέχει από την πηγή απόσταση x_1= 5 m,

2) την απομάκρυνση του σημείου Μ από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή t_2= 6.575 s.

(Απ. 1) t_1=5 s, 2) y=-5 cm)

3. Έστω ότι ένα γραμμικό αρμονικό κύμα συχνότητας f=1 Hz και πλάτους A=1 cm έχει ταχύτητα διάδοσης υ=0.1 m/s και διαδίδεται στον άξονα x΄x. Αν τη χρονική στιγμή t=0 το κύμα βρίσκεται στο σημείο Ο και διαδίδεται κατά την κατεύθυνση Οx τότε να βρείτε:

1) την εξίσωση του κύματος,

2) τη διαφορά φάσης μεταξύ ενός σημείου που απέχει από το Ο απόσταση x=4 m και του σημείου Ο την ίδια στιγμή,

3) την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας τη χρονική στιγμή t=1.25 s για ένα σημείο Α που βρίσκεται πάνω στον ημιάξονα Οx και απέχει από το Ο απόσταση x=3 m.

(Απ. 1) y=ημ2π(t-10x), 2) Δφ=80π rad, 3) y=+1 cm)

4. Υποθέστε ότι το υλικό σημείο Ο (x= 0) ενός ελαστικού μέσου τη χρονική στιγμή έστω t= 0 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση συχνότητας 100 Hz και πλάτους 2 cm. Αν η ταλάντωση διαδίδεται στο ελαστικό μέσο με ταχύτητα 200 m/s και κατά τη θετική φορά τότε να βρείτε:

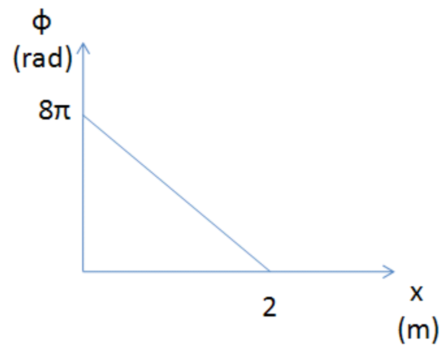
1) την εξίσωση του κύματος,

2) τη χρονική στιγμή που αρχίζει να ταλαντώνεται ένα υλικό σημείο Μ του μέσου που βρίσκεται στην ευθεία διάδοσης του κύματος και απέχει από το Ο απόσταση ίση με 3 m,

3) τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του Μ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο.

(Απ. 1) y= 2ημ(200πt-πx), 2) $\frac{3}{200}s$, 3) υπόδειξη: μέχρι τη χρονική στιγμή $\frac{3}{200}s=\frac{3T}{2}$ η απομάκρυνση y_M θα είναι μηδέν και από εκεί και πέρα θα μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο)

5. Η πηγή ενός κύματος που βρίσκεται στη θέση x= 0 αρχίζει να κάνει αρμονική ταλάντωση με πλάτος 0.1 m τη χρονική στιγμή t=0. Στο διάγραμμα που ακολουθεί φαίνεται η φάση του παραγόμενου κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή του κύματος για τη χρονική στιγμή t=2 s. Να βρείτε τα παρακάτω:



1) τη συχνότητα και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος,

2) την εξίσωση του κύματος,

3) την ταχύτητα ταλάντωσης του υλικού σημείου του μέσου διάδοσης που απέχει από την πηγή απόσταση x=1 m τη χρονική στιγμή t=5 s.

(Απ. 1) T=0.5 s, υ=1 m/s, 2) y=0.1ημ4π(t-x), 3) υ=0.4π m/s)

6. Έστω ότι ένα αρμονικό κύμα έχει εξίσωση:

$$y = 8\cdot 10^{-2}\,ημ(30t-0.24x+π)$$

Να υπολογιστούν τα παρακάτω:

1) η ταχύτητα του κύματος,

2) η μέγιστη ταχύτητα των υλικών σημείων του μέσου,

3) η θέση του κύματος τη χρονική στιγμή t=0.

(Απ. 1) υ=125 m/s, 2) $υ_{max}$=2.4 m/s, 3) υπόδειξη: για t=0 πρέπει να είναι φ=0, x=25π/6)

7. Έστω ότι έχουμε δύο σύγχρονες πηγές (Π_1 και Π_2) παραγωγής αρμονικών κυμάτων πλάτους Α=4 mm και περιόδου Τ=0.5 s. Αν η ταχύτητα των κυμάτων είναι υ=10 m/s, τότε να βρείτε την απομάκρυνση ενός σημείου Μ του μέσου που απέχει αποστάσεις r_1=11 m και r_2=12 m από τις πηγές Π_1 και Π_2 αντίστοιχα.

(Απ. $y = 8\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{5}\eta\mu(4\pi t - \frac{23\pi}{5})$)

8. Έστω ότι έχουμε δύο σύγχρονες πηγές (Π_1 και Π_2) που βρίσκονται στην ήρεμη επιφάνεια νερού και παράγουν αρμονικά κύματα ίδιου πλάτους και μήκους κύματος 2 m. Δύο σημεία Κ και Λ που βρίσκονται στην επιφάνεια του νερού απέχουν από τις πηγές αποστάσεις: $K\Pi_1$=11 m, $K\Pi_2$=20 m, $\Lambda\Pi_1$=15 m και $\Lambda\Pi_2$=18 m.

1) Στο σημείο Κ έχουμε ενίσχυση ή απόσβεση;

2) Στο σημείο Λ έχουμε ενίσχυση ή απόσβεση;

3) Πόσες υπερβολές απόσβεσης σχηματίζονται μεταξύ των σημείων Κ και Λ;

(Απ. 1) απόσβεση, 2) απόσβεση, 3) 2 υπερβολές)

9. Σε ένα αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται στο κενό το ηλεκτρικό πεδίο περιγράφεται από την εξίσωση $E=30\eta\mu 2\pi(6\cdot 10^{10}t-4\cdot 10^{2}x)$ (S.I.). Να εξετάσετε αν το μαγνητικό πεδίο του παραπάνω ηλεκτρομαγνητικού κύματος περιγράφεται στο S.I από την εξίσωση $B=10^{-7}\eta\mu 2\pi(6\cdot 10^{10}t-4\cdot 10^{2}x)$. Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c=3\cdot 10^{8}$ m/s.

(Εξετάσεις Γ΄ Λυκείου 2003)

(Απ. Όχι)

10. Έστω ότι έχουμε δύο σύγχρονες πηγές (Α και Β) που παράγουν εγκάρσια αρμονικά κύματα τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα υ=10 m/s. Ένα σημείο Ν του τμήματος ΑΒ ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος. Το σημείο Ν εκτελεί ταλάντωση λόγω της συμβολής των δύο επιμέρους κυμάτων, με εξίσωση:

$$y_N = 2\cdot 10^{-2} \eta\mu(20\pi t - 8\pi) \quad \text{(S.I.)}$$

Να υπολογίσετε τα παρακάτω:

1) την περίοδο, το μήκος κύματος και το πλάτος των δύο επιμέρους κυμάτων που συμβάλλουν,

2) το μήκος της απόστασης ΑΒ,

3) την απόσταση του Ν από το πλησιέστερο σε αυτό σημείο απόσβεσης.

(Απ. 1) T=0.1 s, λ=1 m, A=0.01 m, 2) AB=8 m, 3) 0.25 m)

11. Έστω δύο σύγχρονες πηγές (Α και Β) που βρίσκονται στην επιφάνεια ενός υγρού και ταλαντώνονται με εξίσωση:

$$y = 0.1\eta\mu 5\pi t \quad \text{(S.I.)}$$

Τα κύματα που δημιουργούνται διαδίδονται με ταχύτητα υ=2 m/s και φθάνουν σε ένα σημείο Ν της επιφάνειας του υγρού με διαφορά χρόνου $\frac{2}{15}s$.

Να βρείτε:

1) με ποια διαφορά φάσης φθάνουν τα κύματα στο σημείο Ν,

2) το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου Ν,

(Απ. 1) υπόδειξη: τα κύματα φθάνουν στο Ν με χρονική διαφορά

$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{r_1}{\upsilon} - \frac{r_2}{\upsilon}$ και ισχύει ότι: $\Delta\varphi = 2\pi\frac{r_1 - r_2}{\lambda}$, $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3}$, 2) 0.1 m)

12. Ένα δίπολο πάλλεται με συχνότητα $f=10^8$ Hz εκπέμποντας ηλεκτρομαγνητικά κύματα τα οποία διαδίδονται στο κενό με ταχύτητα $c=3\cdot10^8$ m/s.

1) Αν η μέγιστη ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι $E_{max}=6\cdot10^3$ V/m να γραφούν οι εξισώσεις E(x,t) και B(x,t) που περιγράφουν την ένταση του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου αντίστοιχα.

2) Ποια είναι η ένταση του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου σε απόσταση x=12 m τη χρονική στιγμή $t=\frac{1}{24}10^{-6}$ sec;

(Απ. 1) $E(x,t)= 6\cdot10^3\ \eta\mu(2\pi\cdot10^8 t-2\pi x/3)$, $B(x,t)= 2\cdot10^{-5}\ \eta\mu(2\pi\cdot10^8 t-2\pi x/3)$,

2) $E=3\sqrt{3}\,10^3$ V/m, $B=\sqrt{3}\,10^{-5}$ T)

13. Μια χορδή ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση:

$$y = 0.1\sigma\upsilon\nu\pi x\eta\mu 50\pi t \qquad \text{(S.I.)}$$

Να βρείτε τα παρακάτω:

1) τις εξισώσεις των κυμάτων που με τη συμβολή τους παράγουν την ταλάντωση της χορδής,

2) την απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών της χορδής,

3) την εξίσωση της ταλάντωσης των υλικών σημείων της χορδής που απέχουν από την αρχή Ο κατά $x_1=1$ m και κατά $x_2=1.25$ m.

(Απ. 1) $y_1 = 0.05\eta\mu(50\pi t - \pi x)$, $y_2 = 0.05\eta\mu(50\pi t + \pi x)$, 2) 1 m, 3) $y_1 = -0.1\eta\mu(50\pi t)$, $y_2 = -0.05\sqrt{2}\eta\mu(50\pi t)$)

14. Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί ΟΑ μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x. Το άκρο του Α είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση x=L, ενώ το άκρο Ο που βρίσκεται στη θέση x=0 είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση x=0 εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή t=0 το σημείο x=0 βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι 0,1 m. Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x απόσταση 0,1 m από τον πλησιέστερο δεσμό.

1) Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος,

2) Να υπολογίσετε το μήκος L,

3) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος,

4) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου του μέσου x=0 κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή y = +0,03 m.

Δίνεται π = 3,14 .

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2004)

(Απ. 1) T=0.2 s, 2) L=0.9 m, 3) $y = 0.05\sigma\upsilon\nu 5\pi x \eta\mu 10\pi t$, 4) υ=0.4π m/s)

15. Σε μια χορδή δημιουργείται στάσιμο κύμα, η εξίσωση του οποίου είναι:

$$y = 10\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{4}\eta\mu 20\pi t$$

όπου x, y δίνονται σε cm και t σε s. Να βρείτε:

1) το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης, τη συχνότητα και το μήκος κύματος,

2) τις εξισώσεις των δύο κυμάτων που παράγουν το στάσιμο κύμα,

3) την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή t=0,1 s ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει από το άκρο της x=3 cm,

4) σε ποιες θέσεις υπάρχουν κοιλίες μεταξύ των σημείων x_A=3 cm και x_B=9 cm.

Δίνονται: π=3,14 και $\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2007)

(Απ. 1) Α=10 cm, f=10 Hz, λ=8 cm, 2) $y_1 = 5\eta\mu(20\pi t - \frac{\pi x}{4})$, $y_2 = 5\eta\mu(20\pi t + \frac{\pi x}{4})$,

3) $\upsilon = -3.14\sqrt{2}$ m/s, 4) x_1=+4 cm, x_2=+8 cm)

16. Σε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα η εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι $E= 4\cdot 10^5$ ημ($8\pi\cdot 10^8 t-4\pi x$) (S.I.).

1) Εξετάστε αν το ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται στο κενό ή όχι.

2) Να γράψετε την εξίσωση B(x,t) της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

3) Να υπολογίσετε το λόγο c/υ όπου c,υ οι ταχύτητες του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο κενό και σε ένα οπτικό μέσο αντίστοιχα. Δίνεται $c=3\cdot 10^8$ m/s.

(Απ. 1) Δεν διαδίδεται στο κενό, 2) $B(x,t)= 2\cdot 10^{-3}$ ημ($8\pi\cdot 10^8 t-4\pi x$), 3) n=1.5)

17. Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα x΄x είναι:

$$y = 0.4\eta\mu 2\pi(2t - 0.5x) \text{ (S.I.)}$$

Να βρείτε:

1) το μήκος κύματος λ και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος υ,

2) τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου,

3) τη διαφορά φάσης που παρουσιάζουν την ίδια χρονική στιγμή δύο σημεία του ελαστικού μέσου, τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με 1.5 m,

4) Για τη χρονική στιγμή $t = \frac{11}{8}s$ να βρείτε την εξίσωση που περιγράφει το στιγμιότυπο του κύματος, και στη συνέχεια να το σχεδιάσετε.

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2009)

(Απ. 1) λ=2 m, υ=4 m/s, 2) υ_{max}=1.6π m/s, 3) Δφ=1.5π rad,

4) $y = 0.4\eta\mu(\frac{11\pi}{2} - \pi x)$)

18. Σε μια ελαστική χορδή με ελεύθερα τα δύο άκρα σχηματίζεται στάσιμο κύμα που περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$y = 10\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{5}\eta\mu 20\pi t \text{ (όπου y, x σε cm και t σε s)}$$

Κατά μήκος της χορδής υπάρχουν 10 μονίμως ακίνητα σημεία ενώ στην αρχή (x=0) του μέσου σχηματίζεται κοιλία. Ως χρονική στιγμή t=0 θεωρούμε τη στιγμή, μετά το σχηματισμό του στάσιμου κύματος, που όλα τα μόρια του μέσου είναι στη θέση ισορροπίας και η αρχή Ο (x=0) έχει θετική ταχύτητα.

1) Να υπολογίσετε το μήκος της χορδής,

Στη συνέχεια μεταβάλλουμε κατάλληλα την συχνότητα ώστε πάνω στη χορδή να παρατηρούνται 7 ακίνητα σημεία.

2) Να βρείτε το νέο μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα,

3) να γράψετε τη νέα εξίσωση των στάσιμων κυμάτων.

(Απ. 1) L=0.5 m, 2) λ=$\frac{1}{7}$ m, 3) $y = 10\sigma\upsilon\nu\frac{7\pi x}{50}\eta\mu 14\pi t$)

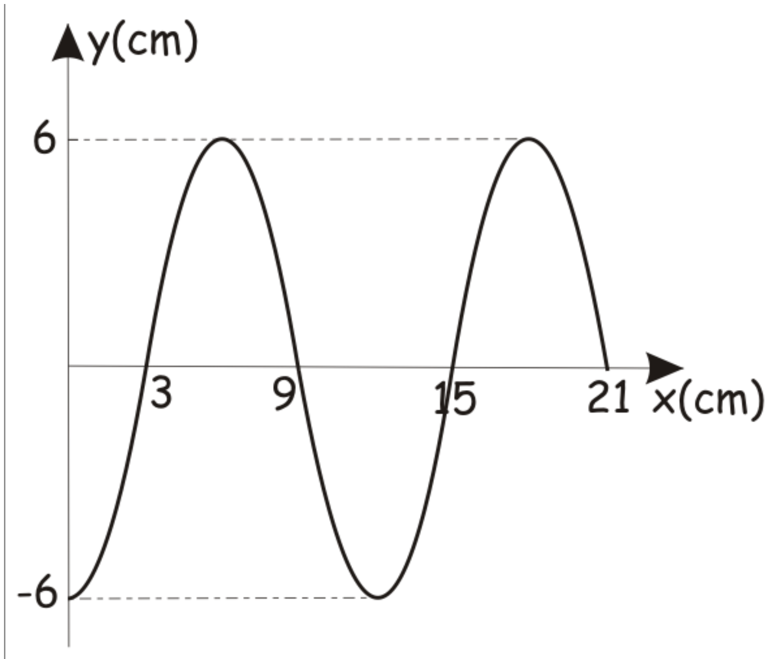
19. Ένα αρμονικό κύμα (f=500 Hz) διαδίδεται με ταχύτητα 360 m/s.

1) Να βρείτε πόσο απέχουν δύο υλικά σημεία κατά μήκος μιας ακτίνας διάδοσης του κύματος που παρουσιάζουν διαφορά φάσης 60^o την ίδια χρονική στιγμή.

2) Στην περίπτωση που το κύμα αυτό λόγω συμβολής με άλλο όμοιο που διαδίδεται σε αντίθετη κατεύθυνση δώσει στάσιμο κύμα, τότε να βρείτε πόσο θα απέχουν δύο διαδοχικοί δεσμοί.

(Απ. 1) Δx=0.12 m, 2) 0.36 m)

20. Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο ενός στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή έστω t_1, που όλα τα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου βρίσκονται στις θέσεις μέγιστης απομάκρυνσης. Τα κύματα που συμβάλλουν και δημιουργούν το στάσιμο κύμα έχουν συχνότητα f=1Hz.



1) Να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος,

2) να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο του κύματος μετά από 0,25 s από τη στιγμή t_1,

3) να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου που βρίσκεται στη θέση x=12 cm.

(Απ. 1) $y = 6\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{6}\eta\mu 2\pi t$, 2) υπόδειξη: μετά από χρόνο 0.25 s = T/4 από τη χρονική στιγμή t_1 όλα τα υλικά σημεία θα βρίσκονται στη θέση ισορροπίας τους και άρα η γραφική παράσταση του y σε συνάρτηση με το x θα είναι η ευθεία γραμμή y=0, 3) A=6 cm)

21. Ένα γραμμικό ελαστικό μέσο έχει το ένα άκρο του ελεύθερο και το άλλο άκρο του σταθερά στερεωμένο. Θεωρείστε ως αρχή μέτρησης των συντεταγμένων το ελεύθερο άκρο του. Αν στο μέσο έχει δημιουργηθεί ένα στάσιμο κύμα με εξίσωση

$$y = 0.1\sigma\upsilon\nu 2\pi x \eta\mu \pi t \quad \text{(S.I.)}$$

τότε να γράψετε:

1) τις εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλουν για την δημιουργία του στάσιμου κύματος,

2) τις συντεταγμένες της θέσης της πρώτης, δεύτερης και τρίτης κοιλίας,

3) τις συντεταγμένες της θέσης του πρώτου, δεύτερου και τρίτου δεσμού.

(Απ. 1) $y_1 = 0.05\eta\mu 2\pi(0.5t - x)$, $y_2 = 0.05\eta\mu 2\pi(0.5t + x)$, 2) 0, 0.5 m, 1 m, 3) 0.25 m, 0.75 m, 1.25 m)

22. Μια χορδή έχει το ένα άκρο της ελεύθερο και το άλλο άκρο της σταθερά στερεωμένο. Θεωρείστε ως αρχή μέτρησης των συντεταγμένων το ελεύθερο άκρο της. Στη χορδή έχει δημιουργηθεί ένα στάσιμο κύμα με εξίσωση:

$$y = 0.2\sigma\upsilon\nu \frac{\pi x}{3} \eta\mu 2\pi t \quad \text{(S.I.)}$$

1) Να γράψετε τις εξισώσεις των κυμάτων που συμβάλλουν για την δημιουργία του στάσιμου κύματος.

2) Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου που έχει συντεταγμένη x=2 m.

(Απ. 1) $y_1 = 0.1\eta\mu 2\pi(t - \frac{x}{6})$, $y_2 = 0.1\eta\mu 2\pi(t + \frac{x}{6})$, 2) $\upsilon = -0.2\pi\sigma\upsilon\nu 2\pi t$)

23. Έστω ότι η εξίσωση ενός αρμονικού κύματος το οποίο διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα x΄x μπορεί να γραφεί με τη μορφή: $y = \mathrm{A}\eta\mu(kx - \omega t)$. Για κύμα που διαδίδεται κατά την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x΄x, η εξίσωση έχει τη μορφή: $y = \mathrm{A}\eta\mu(kx + \omega t)$, όπου $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Δύο κύματα τα οποία συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα σε χορδή μεγάλου μήκους, έχουν εξισώσεις $y_1 = \mathrm{A}\eta\mu(kx - \omega t)$ και $y_2 = \mathrm{A}\eta\mu(kx + \omega t)$.

1) Να δείξετε ότι η εξίσωση του στάσιμου κύματος έχει τη μορφή:

$$y = 2\mathrm{A}\eta\mu kx\sigma\upsilon\nu\omega t$$

2) Να βρείτε τις θέσεις των δεσμών και των κοιλιών.

3) Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ:

I. δύο διαδοχικών δεσμών,

II. δύο διαδοχικών κοιλιών,

Δίνεται ότι: $\eta\mu\mathrm{A} + \eta\mu\mathrm{B} = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\mathrm{A}-\mathrm{B}}{2}\right)\eta\mu\left(\frac{\mathrm{A}+\mathrm{B}}{2}\right)$.

(Απ. 2) $x_{\delta\varepsilon\sigma\mu o\acute{\iota}} = \kappa\frac{\lambda}{2}$, $x_{\kappa o\iota\lambda\acute{\iota}\varepsilon\varsigma} = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{4}$, $\kappa \in \mathbb{Z}$, 3) I. $\frac{\lambda}{2}$, II. $\frac{\lambda}{2}$)

24. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς μέσου το οποίο εκτείνεται κατά τη διεύθυνση x΄x, δημιουργείται στάσιμο εγκάρσιο κύμα το οποίο περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 6\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{10}\eta\mu 10\pi t\ ,\ x, y \text{ σε cm, t σε s}$$

1) Να βρείτε το πλάτος, την περίοδο, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης.

2) Να γράψετε τις εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων τα οποία με τη συμβολή τους δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

3) Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης δύο σημείων Α,Β του ελαστικού μέσου τα οποία βρίσκονται στις θέσεις x_1=-25 cm και x_2=25 cm αντίστοιχα.

4) Να βρείτε τον αριθμό Ν των κοιλιών του στάσιμου κύματος που σχηματίζονται μεταξύ των σημείων Α και Β.

5) Μεταβάλλουμε κατάλληλα τη συχνότητα των συμβαλλόντων κυμάτων οπότε δημιουργείται κατά μήκος του ελαστικού μέσου ένα νέο στάσιμο κύμα. Διαπιστώνουμε ότι μεταξύ των σημείων Α και Β του ελαστικού μέσου σχηματίζονται Ν-2 κοιλίες. Δεδομένου ότι η κινητική κατάσταση των σημείων Α και Β δεν μεταβλήθηκε να βρείτε:

Ι. το νέο μήκος κύματος και τη νέα περίοδο των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα.

ΙΙ. την εξίσωση του νέου στάσιμου κύματος.

(Απ. 1) Α=3 cm, Τ=0.2 s, λ=20 cm, υ=1 m/s, 2) $y_1 = 3\eta\mu 2\pi(5t - \frac{x}{20})$,

$y_2 = 3\eta\mu 2\pi(5t + \frac{x}{20})$, x, y_1, y_2 σε cm, t σε s, 3) 0, 4) Ν=5, 5) Ι. λ΄=$\frac{100}{3}$ cm,

Τ΄=$\frac{1}{3}$ s, ΙΙ. $y = 6\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi x}{50}\eta\mu 6\pi t$, x, y σε cm, t σε s)

25. Πάνω σε μια χορδή που εκτείνεται στη διεύθυνση του άξονα x΄x και προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα, διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους A=0.2 m που δημιουργείται στη θέση O(x_o=0). Τη χρονική στιγμή t=$\frac{1}{10}$ s το κύμα έχει φτάσει στο σημείο M με x_M=0.25 m. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι υ=2 m/s και επιπλέον η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κάθε μορίου είναι $υ_{max}$=12.56 m/s, τότε να βρείτε:

1) Το μήκος κύματος λ του κύματος.

2) Την εξίσωση που περιγράφει το κύμα.

<u>Υπόδειξη:</u> 2) Το κύμα μέσα σε χρόνο t=$\frac{1}{10}$ s έχει φθάσει στη θέση x=0.25 m, ενώ με βάση την ταχύτητα που έχει θα έπρεπε να έχει φθάσει στη θέση x=υt=0.2 m. Αυτό σημαίνει ότι το κύμα τη στιγμή t=0 δεν ήταν στο στο σημείο x=0 αλλά στο x=0.05 m και συνεπώς το κύμα έχει αρχική φάση, έστω $φ_o$.

Η εξίσωση του κύματος είναι: $y = \mathrm{A}\eta\mu(\frac{2\pi t}{\mathrm{T}} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_o)$

Δεδομένου ότι το σημείο M (x_M=0.25 m) αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή t=0.1 s, τότε τη στιγμή αυτή η φάση θα είναι ίση με μηδέν, δηλαδή θα ισχύει ότι: $\frac{2\pi t}{\mathrm{T}} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_o = 0$. Από την τελευταία σχέση προκύπτει η $φ_o$.

(Απ. 1) λ=0.2 m, 2) $y = 0.2\eta\mu(20\pi t - 10\pi x + \frac{\pi}{2})$)

26. Σε ένα σημείο Κ της επιφάνειας υγρού καταφθάνουν εγκάρσια αρμονικά κύματα μήκους κύματος λ=1 m προερχόμενα από δύο σύγχρονες πηγές $Π_1$,$Π_2$. Η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης στο σημείο Κ είναι:

$$y = 0.8\eta\mu 2\pi(20t - 7) \quad \text{(S.I.)}$$

Το σημείο Κ βρίσκεται πάνω στον τέταρτο κροσσό ενισχυτικής συμβολής μετά τη μεσοκάθετο του τμήματος $Π_1Π_2$. Να υπολογίσετε:

1) Το πλάτος και την περίοδο ταλάντωσης των πηγών.

2) Την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.

3) Τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Κ από τις δύο πηγές.

(Απ. 1) A=0.4 m, T=0.05 s, 2) υ=20 m/s, 3) r_1=9 m, r_2=5 m)

27. Στην επιφάνεια ενός υγρού διαδίδονται εγκάρσια κύματα με ταχύτητα υ=1 m/s. Τα κύματα παράγονται από δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων O_1 και O_2 που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d=60 cm και εκτελούν αμείωτες ταλαντώσεις που δίνονται από τη σχέση $y = A\eta\mu\omega t$ συχνότητας f=10 Hz και πλάτους A=6 mm.

Να βρείτε το πλάτος Α΄ της συνισταμένης ταλάντωσης σε ένα σημείο Μ της επιφάνειας του υγρού, το οποίο απέχει απόσταση d_1=100 cm από την πηγή O_1 και βρίσκεται πάνω στην ευθεία που διέρχεται από την πηγή O_2 και είναι κάθετη προς το ευθύγραμμο τμήμα O_1O_2.

(Απ. Α΄=12 mm)

28. Δύο σύγχρονες πηγές Α και Β παράγουν κύματα που διαδίδονται στην επιφάνεια ενός υγρού με ταχύτητα υ=2 m/s. Ένα σημείο Μ απέχει από τις πηγές Α και Β αποστάσεις 40 cm και 60 cm αντίστοιχα και εξαιτίας της συμβολής ηρεμεί. Μεταξύ του Μ και της μεσοκαθέτου (ε) της ΑΒ δεν υπάρχει άλλο σημείο που να ηρεμεί.

1) Να βρείτε τη συχνότητα των κυμάτων.

2) Η υπερβολή απόσβεσης που περνάει από το Μ τέμνει την ΑΒ στο Μ΄. Η πρώτη υπερβολή ενίσχυσης από το άλλο μέρος της μεσοκαθέτου τέμνει την ΑΒ στο Ν΄. Να βρείτε την απόσταση Μ΄Ν΄.

3) Να βρείτε την ελάχιστη μεταβολή της συχνότητας ώστε στο Μ να έχουμε ενισχυτική συμβολή.

(Απ. 1) f=5 Hz, 2) Μ΄Ν΄=0.3 m, 3) Δf_{min}=5 Hz)

29. Έστω ότι ένα εγκάρσιο κύμα που διαδίδεται σε μια χορδή που έχει μήκος ίσο με 62.5 cm με ελεύθερο μόνο το ένα άκρο της. Το κύμα προσπίπτει στο σημείο Κ που είναι δεμένο το άλλο άκρο της χορδής και αφού ανακλάται σχηματίζεται στάσιμο κύμα. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι υ=50 m/s. Μετρώντας από το σημείο Κ τους δεσμούς και τις κοιλίες, παρατηρούμε ότι η απόσταση του 3^{ου} δεσμού από την 6^{η} κοιλία είναι 12.5 cm.

1) Να υπολογίσετε τη συχνότητα των κυμάτων.

2) Να βρείτε πόσοι δεσμοί υπάρχουν στη χορδή.

3) Έστω ότι αλλάζουμε τη συχνότητα των τρεχόντων κυμάτων.

Ι. Ποια είναι η συχνότητα για την οποία έχουμε στη χορδή 5 δεσμούς;

ΙΙ. Ποιες συχνότητες δίνουν στη χορδή στάσιμα κύματα;

(Απ. 1) f=700 Hz, 2) 18 δεσμοί, 3) Ι. f΄=180 Hz, ΙΙ. f=(2K+1)20 Hz)

30. Δύο όμοια ηλεκτρομαγνητικά κύματα Α,Β (ίδιου πλάτους και ίδιου μήκους κύματος) διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις, κατά μήκος της ίδιας ευθείας, ώστε να συναντιούνται. Η εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος Α είναι:

$$E_A = 60\eta\mu 2\pi(10^7 t - \frac{x}{30}) \quad \text{(S.I)}$$

1) Να γράψετε την εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου Β του κύματος Α.

2) Να δικαιολογήσετε ότι σε ορισμένα σημεία της ευθείας διάδοσης των δύο κυμάτων η ένταση του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου είναι διαρκώς ίση με μηδέν.

3) Να βρείτε την εξίσωση που δίνει την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στα διάφορα σημεία της ευθείας διάδοσης ως συνάρτηση του χρόνου και της θέσης των σημείων αυτών.

4) Χρησιμοποιώντας την παραπάνω εξίσωση να προσδιορίσετε την απόσταση δύο διαδοχικών σημείων της ευθείας διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος στα οποία η ένταση του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου είναι διαρκώς ίση με μηδέν.

Δίνεται ότι: $c=3\cdot10^8$ m/s.

(Απ. 1) $B_A = 2\cdot10^{-7}\eta\mu 2\pi(10^7 t - \frac{x}{30})$, 2) Λόγω δημιουργίας στάσιμου κύματος για το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο, 3) $E = 120\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{30}\eta\mu 2\cdot10^7\pi t$, 4) 15 m)

ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΘΛΑΣΗ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Δώστε την σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις

1. Μια ακτίνα φωτός προσπίπτει στην επίπεδη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων. Όταν η διαθλώμενη ακτίνα κινείται παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια, τότε η γωνία πρόσπτωσης ονομάζεται:

Α. μηδενική γωνία,

Β. μέγιστη γωνία,

Γ. κρίσιμη γωνία,

Δ. ελάχιστη γωνία.

2. Σύμφωνα με το νόμο της ανάκλασης του φωτός, για τις γωνίες πρόσπτωσης (θ_π) και ανάκλασης (θ_α) ισχύει η σχέση:

Α. $\theta_\pi = 2\theta_\alpha$

Β. $\theta_\pi > \theta_\alpha$

Γ. $\theta_\pi = \theta_\alpha$

Δ. $\theta_\pi < \theta_\alpha$

3. Το ορατό φάσμα της ακτινοβολίας χαρακτηρίζεται από μήκη κύματος (για το κενό ή τον αέρα):

Α. μεγαλύτερα από 700 nm και μικρότερα από 400 nm,

Β. μεγαλύτερα από 700 nm,

Γ. μικρότερα από 400 nm,

Δ. μεταξύ 400 nm και 700 nm.

4. Αν θ_π είναι η γωνία πρόσπτωσης, θ_α είναι η γωνία ανάκλασης και θ_δ είναι η γωνία διάθλασης, τότε κατά το φαινόμενο της διάθλασης του φωτός, τι ισχύει από τα παρακάτω;

Α. $\theta_\delta = \theta_\pi$ πάντα,

Β. $\theta_\delta = \theta_\alpha$ πάντα,

Γ. $\theta_\delta < \theta_\pi$,όταν το φως προσπίπτει από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο,

Δ. $\theta_\delta > \theta_\pi$,όταν το φως προσπίπτει από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο.

5. Ο δείκτης διάθλασης ενός οπτικού μέσου είναι:

Α. μερικές φορές μικρότερος από τη μονάδα,

Β. πάντα ίσος με τη μονάδα,

Γ. πάντα μεγαλύτερος από τη μονάδα,

Δ. πάντα μικρότερος από τη μονάδα.

6. Έστω ότι μια φωτεινή ακτίνα έχει μήκος κύματος λ=500 nm στο κενό. Όταν διαδίδεται σε οπτικό μέσο που έχει δείκτη διάθλασης n=2, τότε το μήκος κύματος θα είναι:

Α. 250 nm

Β. 500 nm

Γ. 1000 nm

Δ. 1500 nm

7. Η τιμή του δείκτη διάθλασης n ενός οπτικού μέσου:

Α. παραμένει σταθερή, ανεξάρτητα από το μήκος κύματος,

Β. αυξάνεται καθώς μειώνεται το μήκος κύματος,

Γ. μειώνεται καθώς μειώνεται το μήκος κύματος,

Δ. αρχικά αυξάνεται και μετά μειώνεται.

8. Κίτρινο φως έχει στο κενό μήκος κύματος 600 nm και στο βενζόλιο 400 nm. Ο δείκτης διάθλασης του βενζολίου είναι:

Α. 2.5

Β. 1.5

Γ. 0.5

Δ. 1.2

9. Αν n_1 και n_2 είναι οι δείκτες διάθλασης δύο μέσων και c_1 και c_2 οι αντίστοιχες ταχύτητες του φωτός στα μέσα αυτά, τότε θα ισχύει ότι:

Α. $n_1c_1 = n_2c_2$

Β. $(n_2-n_1)c_1 = c_2$

Γ. $n_1n_2 = c_1c_2$

Δ. $n_1c_2 = n_2c_1$

10. Όταν κοιτάμε τα ήρεμα νερά μιας λίμνης, τότε το φως που φτάνει στα μάτια μας είναι:

Α. από ανάκλαση,

Β. από διάθλαση,

Γ. από φωσφορίζοντα υλικά που περιέχονται στο νερό της λίμνης,

Δ. από ανάκλαση και από διάθλαση.

11. Έστω φως συχνότητας f που διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα c. Όταν το φως διαδίδεται σε ένα άλλο οπτικό μέσο η ταχύτητα του μειώνεται κατά το 1/10 της αρχικής. Αν το αρχικό μήκος κύματος είναι λ, τότε το νέο μήκος κύματος στο οπτικό μέσο θα είναι:

Α. λ/10

Β. 9λ/10

Γ. 9λ

Δ. 10λ

12. Το φως, κατά τη διάδοση του σε διάφορα οπτικά μέσα, συμπεριφέρεται:

Α. μόνο ως κύμα,

Β. μόνο ως σωματίδιο,

Γ. ως κύμα και ως σωματίδιο,

Δ. ως στοιχειώδη υλικά σφαιρίδια.

13. Ο δείκτης διάθλασης

Α. έχει μονάδα το rad,

Β. έχει μονάδα το Hz,

Γ. είναι καθαρός αριθμός,

Δ. έχει μονάδα το m/s.

14. Φως διαπερνά τη διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων. Τι από τα παρακάτω συμβαίνει;

Α. αλλάζει η f και παραμένουν σταθερά το λ και η c,

Β. αλλάζει το λ και παραμένουν σταθερά η f και η c,

Γ. αλλάζουν το λ και η c και παραμένει σταθερή η f,

Δ. αλλάζουν η f και η c και παραμένει σταθερό το λ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Μονοχρωματική ακτίνα φωτός με μήκος κύματος στο κενό $\lambda_o=400\sqrt{3}$ nm πέφτει από το κενό σε γυάλινο πλακίδιο που έχει δείκτη διάθλασης $n=\sqrt{3}$ και πάχος $d=5\sqrt{3}$ cm, με γωνία πρόσπτωσης $\theta_\pi=60^o$ και εξέρχεται από το άλλο μέρος του πλακιδίου προς το κενό.

1) Να βρείτε τη γωνία διάθλασης και τη γωνία εκτροπής της ακτίνας στο πλακίδιο.

2) Να αποδείξετε ότι η ακτίνα εξέρχεται από το πλακίδιο με διεύθυνση παράλληλη προς την αρχική.

3) Να βρείτε το χρόνο που χρειάζεται η ακτίνα του φωτός για να εξέλθει από το πλακίδιο.

4) Να βρείτε την παράλληλη μετατόπιση της ακτίνας μέσα στο γυαλί.

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c=3\cdot10^8$ m/s.

(Απ. 1) $\theta_2=30^o$, $\varepsilon=\theta_1-\theta_2=30^o$, 3) $\Delta t=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot10^{-9}$ s, 4) l=0.05 m)

2. Μια ακτίνα μονοχρωματικού φωτός, που διαδίδεται στο κενό με ταχύτητα $c=3\cdot10^8$ m/s προσπίπτει σε λεία επιφάνεια γυάλινης πλάκας πάχους $d=0.3\sqrt{3}$ m με γωνία πρόσπτωσης $\theta_1=45^o$. Αν η γωνία εκτροπής λόγω της εισόδου στο γυαλί είναι $\varepsilon=15^o$, τότε:

1) να βρείτε το δείκτη διάθλασης του γυαλιού.

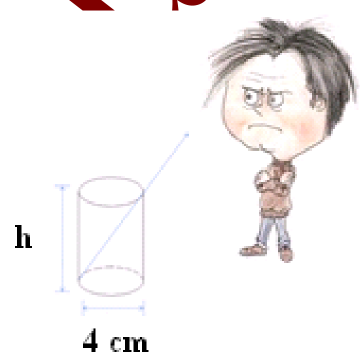
2) να αποδείξετε ότι η διεύθυνση της εξερχόμενης ακτίνας είναι παράλληλη με την αρχική διεύθυνση.

3) να υπολογίσετε την παράλληλη μετατόπιση της εξερχόμενης ακτίνας σε σχέση με την διεύθυνση της εισερχόμενης.

4) να βρείτε το χρόνο παραμονής της ακτίνας μέσα στο γυαλί.

(Απ. 1) $n_2=\sqrt{2}$, 3) 0.155 m, 4) $2\sqrt{2}\,10^{-9}$ s)

3. Ένα ποτήρι που είναι κατασκευασμένο από γυαλί έχει πλάτος πυθμένα 4 cm, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



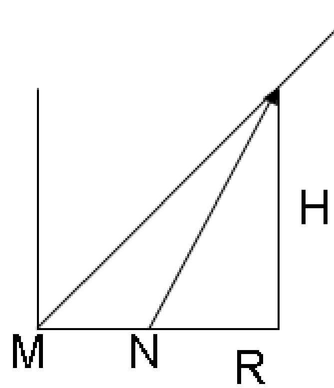
Όταν το ποτήρι είναι άδειο ο παρατηρητής βλέπει την άκρη του πυθμένα του ποτηριού. Όταν το ποτήρι είναι γεμάτο με νερό (n=1.33), ο παρατηρητής βλέπει το κέντρο του πυθμένα του ποτηριού. Να βρείτε το ύψος του ποτηριού.

(Απ. 2.37 cm)

4. Κυλινδρική δεξαμενή έχει ύψος H= $\sqrt{35}$ m και ακτίνα βάσης R= 3.5 m. Ένας παρατηρητής έξω από τη δεξαμενή κοιτάει σε τέτοια κατεύθυνση ώστε

-όταν η δεξαμενή είναι άδεια να βλέπει την απέναντι παράπλευρη κυλινδρική επιφάνεια μέχρι τον πυθμένα (χωρίς να βλέπει τον πυθμένα ....σημείο M του σχήματος).

-όταν η δεξαμενή είναι γεμάτη με κάποιο υγρό ο παρατηρητής μόλις που βλέπει μέχρι το μέσον του πυθμένα (σημείο N του σχήματος).



1) Ποιος είναι ο δείκτης διάθλασης του υγρού;

2) Σε ποιο βάθος θα νομίζει ο παρατηρητής ότι βρίσκεται ένα αντικείμενο το οποίο στην πραγματικότητα βρίσκεται στη θέση N της δεξαμενής όταν αυτή είναι γεμάτη;

(Απ. 1) n= 1.5, 2) 2.95 m)

5. Στη άκρη μιας παραλίας σε κολώνες ύψους Η=$1.5\sqrt{3}$ m υπάρχουν λαμπτήρες μονοχρωματικού φωτός. Μια ακτίνα φωτός προσπίπτει στη θάλασσα υπό γωνία 45^o και διαθλώμενη φθάνει σε δύτη που είναι μέσα στη θάλασσα. Αν ο δείκτης διάθλασης του θαλασσινού νερού είναι n=$\sqrt{2}$ τότε να υπολογίσετε:

1) τη γωνία εκτροπής που υφίσταται η ακτίνα φωτός καθώς διαθλάται στο νερό,

2) σε ποιο ύψος νομίζει ο δύτης ότι βρίσκεται η λάμπα.

(Απ. 1) ε=15^o, 2) h=4.5 m)

6. Έστω ότι μια λεπτή δέσμη φωτός προσπίπτει από τον αέρα σε μια γυάλινη επιφάνεια με δείκτη διάθλασης n=$\sqrt{3}$. Να βρείτε τη γωνία πρόσπτωσης για την οποία η αντίστοιχη γωνία διάθλασης θα είναι το μισό της γωνίας πρόσπτωσης.

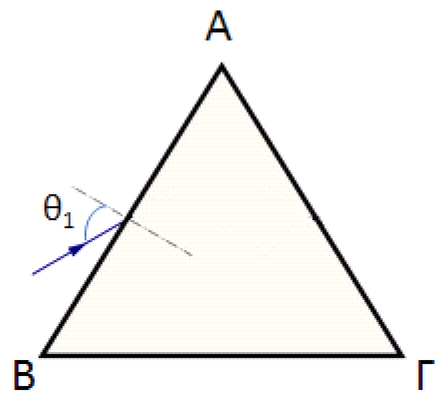
(Απ. υπόδειξη: μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\eta\mu 2x = 2\eta\mu x\sigma\upsilon\nu x$, $\theta_\pi=60^o$)

7. Να αποδείξετε ότι ο χρόνος που απαιτείται ώστε το φως να διανύσει από μία σημειακή πηγή Α στον αέρα σε απόσταση d_1 πάνω από την επιφάνεια του νερού την απόσταση μέχρι ένα σημείο Β που βρίσκεται κατά d_2 κάτω από την επιφάνεια του νερού δίνεται από τη σχέση:

$$t = \frac{d_1}{c\cdot\sigma\upsilon\nu\theta_1} + \frac{d_2\cdot n}{c\cdot\sigma\upsilon\nu\theta_2}$$

όπου n είναι ο δείκτης διάθλασης του νερού, θ_1 είναι η γωνία πρόσπτωσης και θ_2 είναι η γωνία διάθλασης.

8. Πρίσμα διαθλαστικής γωνίας Α=60^o έχει δείκτη διάθλασης n=$\sqrt{2}$. Μια μονοχρωματική ακτίνα φωτός πέφτει στην έδρα ΑΒ με γωνία πρόσπτωσης θ_1=45^o.



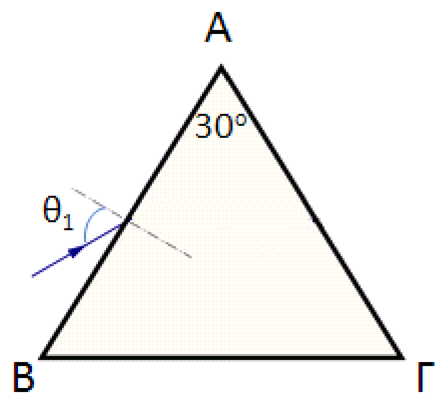
1) Να δείξετε ότι η ακτίνα φωτός εξέρχεται από την άλλη έδρα του πρίσματος.

2) Να υπολογίσετε τη γωνία εκτροπής.

3) Για ποιες τιμές της γωνίας Α θα έχουμε στην έδρα ΑΓ ολική ανάκλαση;

(Απ. 2) ε=30^o, 3) Α>75^o)

9. Φωτεινή μονοχρωματική ακτίνα προπίπτει με γωνία $\theta_1=45^o$ σε πρίσμα τομής ισοσκελούς τριγώνου (ΑΒ=ΑΓ) διαθλαστικής γωνίας 30^o και εξέρχεται κάθετα από την άλλη έδρα του πρίσματος.



Ποιος είναι ο δείκτης διάθλασης του πρίσματος;

(Απ. $n=\sqrt{2}$)

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Δώστε την σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις

1. Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι:

Α. 1 kg·m^2/s

Β. 1 kg·m/s^2

Γ. 1 kg·m^2

Δ. 1 kg·m/s

2. Στη στροφική κίνηση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών των δυνάμεων, που ασκούνται στο σώμα είναι:

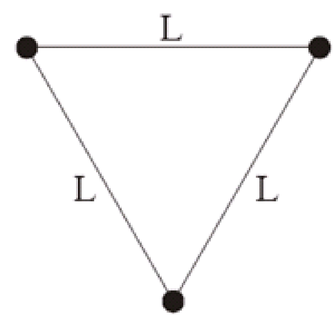
Α. ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος,

Β. ίσο με τη μεταβολή της στροφορμής του σώματος,

Γ. πάντα θετικό**,**

Δ. αντιστρόφως ανάλογο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα.

3. Τρεις σφαίρες αμελητέων διαστάσεων που η κάθε μία έχει την ίδια μάζα m, συνδέονται μεταξύ τους με ράβδους αμελητέας μάζας και μήκους L, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σύστημα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από μία από τις σφαίρες.

Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς αυτόν τον άξονα είναι:

Α. mL^2

Β. $2mL^2$

Γ. $3mL^2$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

4. Σώμα ακίνητο αρχίζει τη χρονική στιγμή t=0 να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Αν τη χρονική στιγμή t_1 η κινητική ενέργεια λόγω της περιστροφής είναι K_1 και τη χρονική στιγμή $t_2=2t_1$ είναι K_2, τότε:

Α. $K_2=2K_1$

Β. $K_2=4K_1$

Γ. $K_2=8K_1$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

5. Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική του ενέργεια θα

Α. υποτετραπλασιαστεί,

Β. υποδιπλασιαστεί,

Γ. τετραπλασιαστεί,

Δ. παραμείνει αμετάβλητη.

6. Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν υ_{cm} είναι η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R, έχει μέτρο:

Α. υ_{cm}

Β. $2\upsilon_{cm}$

Γ. 0

Δ. $\sqrt{2}\,\upsilon_{cm}$

7. Άνθρωπος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια και κοντά στο κέντρο οριζόντιου δίσκου που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο του. Αν ο άνθρωπος μετακινηθεί στην περιφέρεια του δίσκου, τότε η γωνιακή του ταχύτητα ω_2 θα είναι:

Α. $\omega_2 = \omega_1$

Β. $\omega_2 > \omega_1$

Γ. $\omega_2 < \omega_1$

Δ. $\omega_2 = 0$

8. Ομογενής σφαίρα μάζας m και ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας είναι υ_{cm}. Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm} = \frac{2}{5}mR^2$. Η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι:

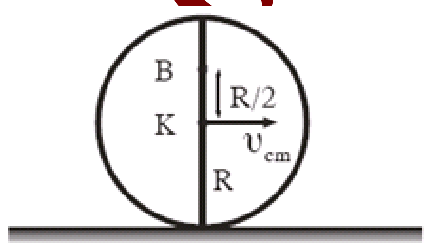
Α. $\frac{2}{5}m\upsilon_{cm}^2$

Β. $\frac{7}{10}m\upsilon_{cm}^2$

Γ. $\frac{9}{10}m\upsilon_{cm}^2$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

9. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του Κ είναι υ_{cm}.



Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση Β της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση R/2 από το Κ θα είναι:

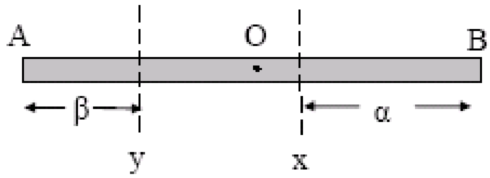
Α. $\frac{3}{2}\upsilon_{cm}$

Β. $\frac{2}{3}\upsilon_{cm}$

Γ. $\frac{5}{2}\upsilon_{cm}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

10. Μια λεπτή και ομογενής ράβδος ΑΒ μπορεί να περιστρέφεται είτε γύρω από τον άξονα x είτε γύρω από τον άξονα y. Οι άξονες αυτοί είναι κάθετοι στη ράβδο και βρίσκονται εκατέρωθεν του μέσου Ο της ράβδου.



Αν α, β είναι η απόσταση κάθε άξονα από τα άκρα της ράβδου, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ισχύει α > β ο λόγος των ροπών αδράνειας της ράβδου I_x, I_y ως προς τους άξονες x,y αντίστοιχα είναι:

Α. $\frac{I_x}{I_y} = 1$

Β. $\frac{I_x}{I_y} > 1$

Γ. $\frac{I_x}{I_y} < 1$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή σχέση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

11. Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει:

Α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν,

Β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν,

Γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν,

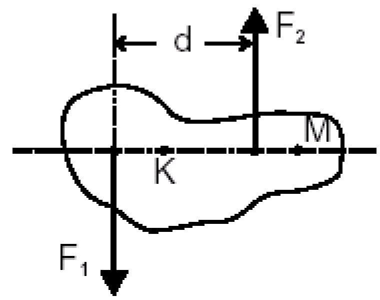
Δ. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.

12. Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων F_1 και F_2 του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι:

Α. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Κ,

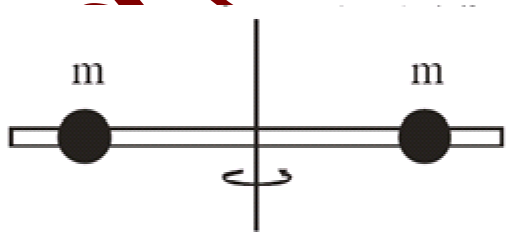
Β. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Μ,

Γ. ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.



Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

13. Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και οι μάζες m απέχουν εξίσου από τον άξονα περιστροφής.



Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περιστροφής υποδιπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος:

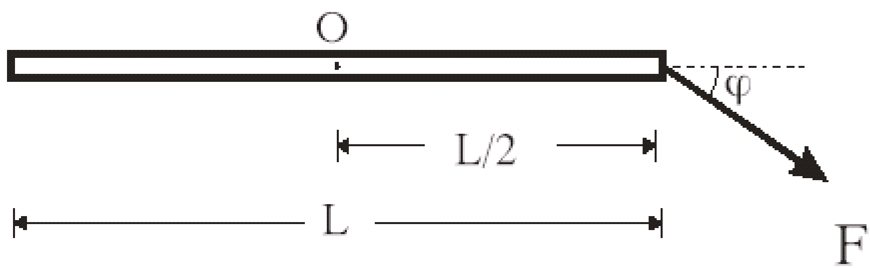
Α. τετραπλασιάζεται,

Β. διπλασιάζεται,

Γ. υποδιπλασιάζεται,

Δ. υποτετραπλασιάζεται.

14. Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος L και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της Ο και είναι κάθετος σε αυτή. Η ροπή της δύναμης F ως προς το σημείο Ο έχει μέτρο:



Α. 0

Β. $F\frac{L}{2}$

Γ. $F\frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi$

Δ. $F\frac{L}{2}\eta\mu\varphi$

15. Μια σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).

Α. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται,

Β. Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή,

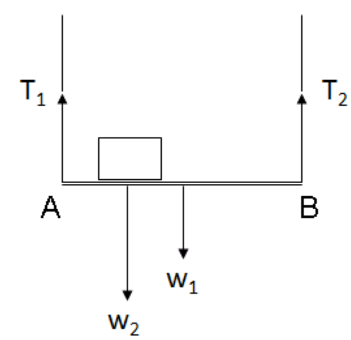
Γ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται,

Δ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή,

<u>ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ</u>

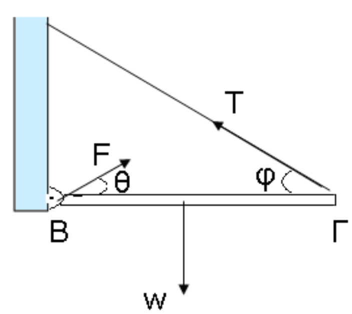
1. Η ομογενής οριζόντια δοκός ΑΒ έχει μήκος d=6m και βάρος w_1=400N, κρέμεται από δύο κατακόρυφα σχοινιά που είναι δεμένα στα άκρα της και ισορροπεί. Πάνω στη δοκό και σε απόσταση x=1.5m από το άκρο της υπάρχει ένα σώμα βάρους w_2=800N. Ποια είναι τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν τα σχοινιά στη δοκό;

(Απ. T_1=800N, T_2=400N)



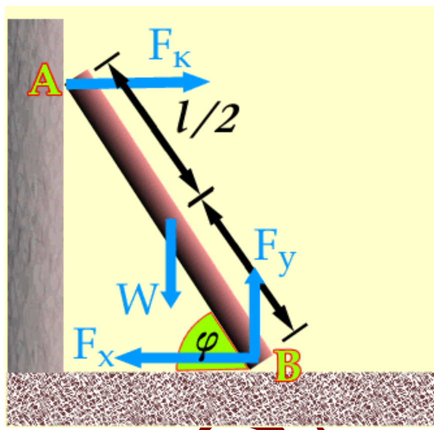
2. Η ομογενής δοκός ΒΓ, μήκους d και βάρους w=400N, ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Β της δοκού στηρίζεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία φ=30^o με τη δοκό. Να βρείτε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σχοινί και από την άρθρωση.

(Απ. T=400N, F=400N, θ=30^o)



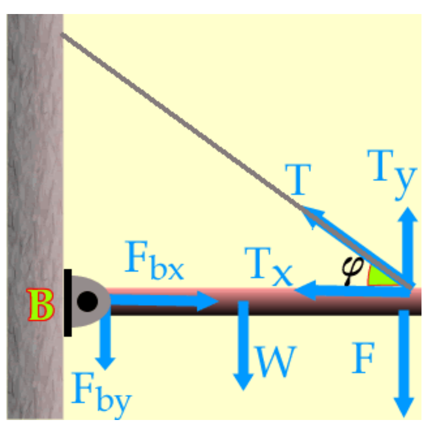
3. Ράβδος ισορροπεί στηριζόμενη σε λείο κατακόρυφο τοίχο και σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές. Μειώνουμε σιγά-σιγά τη γωνία φ που σχηματίζει η ράβδος με το οριζόντιο επίπεδο και παρατηρούμε ότι η ράβδος οριακά ισορροπεί σε γωνία φ=45 μοίρες ενώ σε οποιαδήποτε μικρότερη γωνία ολισθαίνει και πέφτει. Να βρεθεί ο συντελεστής στατικής τριβής του οριζοντίου επιπέδου.

(Απ. $n_{στ.}$= 0.5)



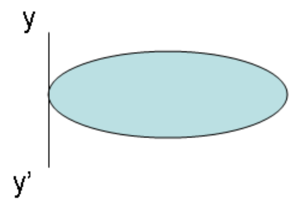
4. Ράβδος βάρους W=100N στερεώνεται αριστερά με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Στο δεξιό άκρο προσδένεται σχοινί το οποίο είναι επίσης στερεωμένο στον τοίχο. Η ράβδος είναι οριζόντια και το σχοινί σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ. Στο δεξιό άκρο ασκούμε κατακόρυφη δύναμη F. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο. Γνωστό μόνο το W.

(Απ. F_{by}=-50N)



5. Υπολογίστε τη ροπή αδράνειας του λεπτού ομογενούς δίσκου, μάζας M και ακτίνας R, ως προς τον άξονα yy’ που περνάει από το άκρο του δίσκου.

(Απ. $I_p = \frac{3MR^2}{2}$)



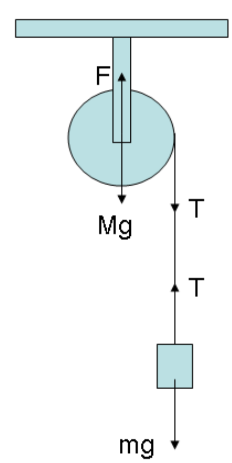
6. Η τροχαλία του σχήματος έχει ακτίνα R και ροπή αδράνειας I και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Γύρω από την τροχαλία υπάρχει ένα αβαρές νήμα στην ελεύθερη άκρη του οποίου κρέμεται σώμα μάζας m. Να βρείτε:

1) τη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας,

2) την επιτάχυνση του σώματος,

3) την τάση του νήματος.

(Απ. 1) $a_{\gamma\omega\nu} = \frac{mgR}{I + mR^2}$, 2) $a = \frac{mgR^2}{I + mR^2}$, 3) $T = \frac{Img}{I + mR^2}$)

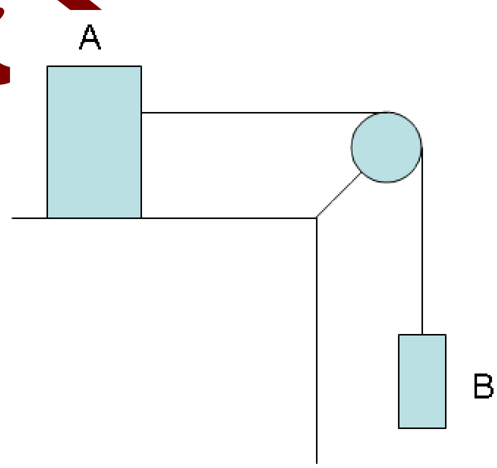


7. Ομογενής κύλινδρος μάζας M=60kgr και ακτίνας R=80cm, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονά του που είναι σταθερός. Στη επιφάνεια του κυλίνδρου έχουμε τυλίξει σχοινί, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή δύναμη F=12N. Το σχοινί ξετυλίγεται, χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Να βρείτε ποια είναι η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου. Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I=\frac{1}{2}MR^2$.

(Απ. $\alpha_{\gamma\omega\nu}$= 0.5 rad/s^2)

8. Η τροχαλία του σχήματος έχει ακτίνα R και ροπή αδράνειας I. Το νήμα δεν ολισθαίνει κατά μήκος της περιφέρειας του τροχού της τροχαλίας. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος A και της επιφάνειας του τραπεζιού είναι μ. Το σύστημα αφήνεται από την ηρεμία και το σώμα B αρχίζει να κατέρχεται. Χρησιμοποιείστε ενεργειακές μεθόδους για να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος B ως συνάρτηση της απόστασης d που κάλυψε η πτώση του σώματος B. [Υπόδειξη: εφαρμόστε το θεώρημα έργου-ενέργειας (W=ΔK) για το σύστημα: σώμα A-τροχαλία-σώμα B]

(Απ. $\upsilon = \sqrt{2gd\,\dfrac{m_B - \mu m_A}{m_A + m_B + \dfrac{I}{R^2}}}$)



9. Τέσσερις μικρές σφαίρες μάζας 0.2 kg η καθεμία, βρίσκονται στις κορυφές τετραγώνου πλευράς 0.4 m και είναι συνδεδεμένες με ελαφριές ράβδους. Υπολογίστε την ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς άξονα:

1) διερχόμενο δια του κέντρου του τετραγώνου και κάθετο στο επίπεδό του,

2) τέμνοντα δύο απέναντι πλευρές του τετραγώνου στο μέσο τους.

(Απ. 1) 0.064 kg·m^2, 2) 0.032 kg·m^2)

10. Ένας μαθητής κάθεται πάνω σε κάθισμα που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα και έχει τα χέρια του ανοικτά σε οριζόντια θέση. Η ροπή αδράνειας του συστήματος είναι 2 kg·m^2. Το κάθισμα και ο μαθητής περιστρέφονται με γωνιακή ταχύτητα 1,5 rad/s. Ο μαθητής φέρνει τα χέρια στο στήθος του οπότε η ροπή αδράνειας του συστήματος ελαττώνεται στα 1.2 kg·m^2.

1) Να υπολογίσετε τη νέα τιμή της γωνιακής ταχύτητας.

2) Να υπολογίσετε τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος.

(Απ. 1) 2.5 rad/s, 2) 1.5 J)

11. Οριζόντιος δίσκος με μάζα 120 kg και ακτίνα 1 m, περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του. Ένας άνθρωπος με μάζα 60 kg βρίσκεται στην περιφέρεια του περιστρεφόμενου δίσκου και έχει γραμμική ταχύτητα 10 m/s. Αν μετακινηθεί στο κέντρο του δίσκου, ποια θα είναι η μεταβολή στο μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου και ποια θα είναι η μεταβολή στην κινητική ενέργεια του συστήματος; (Σημείωση: Οι διαστάσεις του ανθρώπου θεωρούνται αμελητέες συγκρινόμενες με αυτές του δίσκου. Ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής: I= ½mr^2).

(Απ. 10 rad/s, 6000 J)

12. Ένας μαθητής, μάζας 60kg βρίσκεται στην άκρη μιας πλατφόρμας ακτίνας 2m. Η πλατφόρμα είναι αρχικά ακίνητη και έχει τη δυνατότητα να περιστρέφεται οριζόντια χωρίς τριβές με ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής της $360kg \cdot m^2$. Ο μαθητής αρχίζει να περπατά δεξιόστροφα (όπως φαίνεται από πάνω) στην περιφέρεια της πλατφόρμας με γραμμική ταχύτητα 1.5m/s ως προς το έδαφος.

1) Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα της πλατφόρμας;

2) Στη συνέχεια περπατά προς το κέντρο της πλατφόρμας και παραμένει εκεί. Ποια είναι τώρα η γωνιακή ταχύτητα της πλατφόρμας;

(Απ. 1) 0.5 rad/s, 2) 0 rad/s)

13. Ένας κύλινδρος με ροπή αδράνειας I_1 περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_o γύρω από ένα κατακόρυφο άξονα χωρίς τριβή. Ένας δεύτερος κύλινδρος, με ροπή αδράνειας I_2 που αρχικά είναι ακίνητος, πέφτει πάνω στον πρώτο και τελικά αποκτούν και οι δύο την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω.

Να υπολογίσετε:

1) τη γωνιακή ταχύτητα ω,

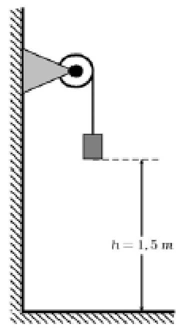
2) το λόγο της τελικής προς την αρχική κινητική ενέργεια.

3) Ποια θα ήταν η απώλεια στην κινητική ενέργεια αν ο δεύτερος κύλινδρος περιστρεφόταν αρχικά και αυτός όπως ο πρώτος με γωνιακή ταχύτητα ω_o γύρω από κατακόρυφο άξονα χωρίς τριβή;

(Απ. 1) $I_1\omega_o /(I_1+I_2)$, 2) $I_1 /(I_1+I_2)$, 3) 0 J)

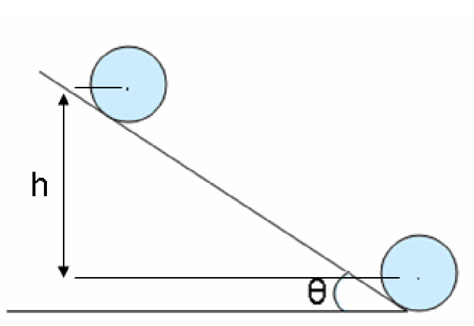
14. Η τροχαλία του σχήματος έχει ροπή αδράνειας 0.05 $kg \cdot m^2$, ακτίνα 0.20 m, είναι στερεωμένη στον τοίχο και στην περιφέρειά της είναι τυλιγμένο λεπτό νήμα. Στην άλλη άκρη του νήματος είναι στερεωμένο ένα σώμα μάζας 0.50 kg το οποίο συγκρατούμε σε ύψος 1.50 m από το έδαφος. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα οπότε αυτό κατεβαίνει, το νήμα ξετυλίγεται και η τροχαλία περιστρέφεται. Με ποια ταχύτητα το σώμα κτυπά στο έδαφος; ($g=10\ m/s^2$)

(Απ. υ=2.93m/s)

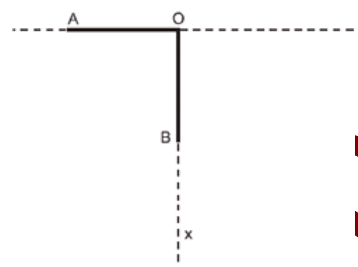


15. Ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R αφήνεται να κυλήσει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας θ. Ποια είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν η κατακόρυφη μετατόπισή του είναι h; Η επιτάχυνση της βαρύτητας g θεωρείται γνωστή, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του είναι $I=\frac{1}{2}MR^2$.

(Απ. $\upsilon_{cm} = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$)



16. Δύο ίδιες, λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι ΟΑ και ΟΒ, που έχουν μάζα M=4 Kg και μήκος L=1,5 m η καθεμία, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους Ο, ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται περί οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο ΑΟΒ, που διέρχεται από την κορυφή Ο της ορθής γωνίας. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση όπου η ράβδος ΟΑ είναι οριζόντια (όπως στο σχήμα). Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι: $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$.



1) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Ο.

2) Από την αρχική του θέση το σύστημα των δύο ράβδων αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί περί τον άξονα περιστροφής στο σημείο Ο, χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος των δύο ράβδων τη στιγμή της εκκίνησης.

3) Τη χρονική στιγμή κατά την οποία οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο Οx, να υπολογίσετε:

Α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των δύο ράβδων.

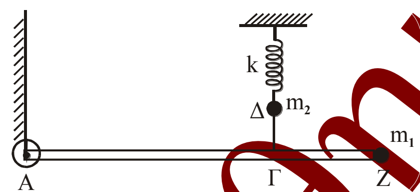
Β. Το μέτρο της στροφορμής της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Ο.

Δίνονται: g =10 m/s^2, $ημ45^o = συν45^o = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2002)

(Απ. 1) I_o=3 kg·m^2, 2) $α_{γων}$=5 rad/s^2, 3) Α. ω=2 rad/s, Β. L_o=6 kg·m^2/s)

17. Ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΖ έχει μήκος L=4m, μάζα M=3kg και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Ζ υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας m_1=0,6kg και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας m_2=1kg, το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με 2,8m. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις. 1) Να υπολογίσετε:



Α. τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου-σφαιριδίου m_1 ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης,

Β. το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα m_1, υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Α. 2) Να υπολογίσετε:

Α. το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά,

Β. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Ζ, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: $g = 10$ m/s^2, $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$ και $\pi = 3{,}14$.

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2003)

(Απ. 1) Α. I_A=25.6 kg·m^2, Β. Τ=30 Ν, 2) Α. Δt=0.314 s, Β. $\upsilon = \sqrt{105}$ m/s)

18. Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας m=10 kg και ακτίνας R=0,1 m κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με ημφ=0,56. Τη χρονική στιγμή t=0 το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο υ_o=8 m/s.

Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

1) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή t=0,

2) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της,

3) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

4) το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει $\frac{30}{\pi}$ περιστροφές.

Δίνονται τα παρακάτω:

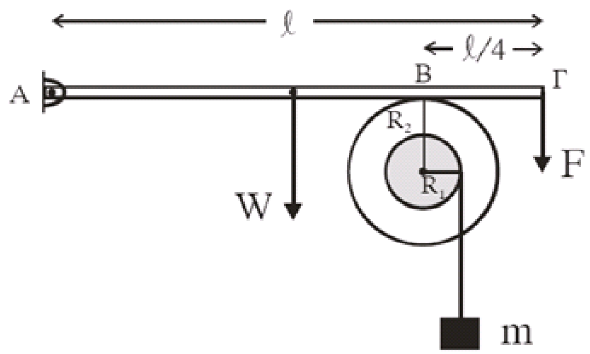
Η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της που είναι ίση με: $\mathrm{I} = \frac{2}{5} mR^2$

Η επιτάχυνση της βαρύτητας η οποία είναι ίση με: g=10 m/s^2.

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2004)

(Απ. 1) ω=80 rad/s, 2) α_{cm}=4 m/s^2, 3) $\left|\frac{dL}{dt}\right| = 1.6$ N·m, 4) υ=4 m/s)

19. Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος ℓ και μάζα M=3 kg έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου 9 N, με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R_1=0.1 m και R_2=0.2 m, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι $\frac{\ell}{4}$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=0.09\ kg\cdot m^2$. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας m=1 kg.

1) Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

2) Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

3) Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m, όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0.5 m. Να θεωρείσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.

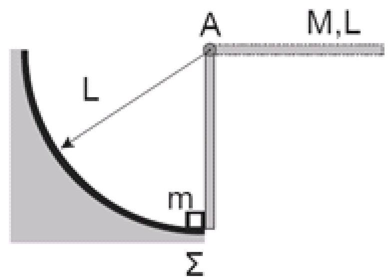
4) Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0.5 m.

Δίνεται $g=10\ m/s^2$.

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2006)

(Απ. 1) N=32 N, 2) T=5 N, 3) υ=1 m/s, 4) dW/dt=9 J/s)

20. Ομογενής ράβδος μήκους L=0,3 m και μάζας M=1,2 kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Αρχικά την κρατούμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.



1) Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη.

2) Να βρείτε τη στροφορμή της ράβδου όταν φθάσει σε κατακόρυφη θέση.

Τη στιγμή που η ράβδος φθάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα m=0,4 kg. Μετά την κρούση το σώμα κινείται κατά μήκος κυκλικού τόξου ακτίνας L, ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται με την ίδια φορά. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι $\frac{\omega}{5}$, όπου ω η γωνιακή ταχύτητά της αμέσως πριν την κρούση.

3) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση.

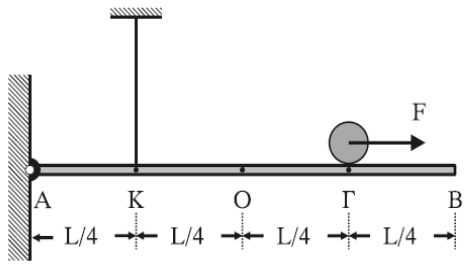
4) Να βρείτε το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα Α: $I = (1/3)ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\ m/s^2$.

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2007)

(Απ. 1) $\alpha_{γων}=50\ rad/s^2$, 2) $L=0.36\ kg\cdot m^2/s$, 3) υπόδειξη: εφαρμόστε διατήρηση της στροφορμής, $υ=2.4\ m/s$, 4) 32%)

21. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους L=4m και μάζας M=2kg ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο Κ της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας m=2,5kg και ακτίνας r=0,2m.

Δίνονται ΑΚ =L/4 και ΑΓ=3L/4.

1) Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.

Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=7N, με φορά προς το άκρο Β. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

2) Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της.
3) Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.
4) Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν αυτή φθάσει στο άκρο Β.
Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας m ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I=\frac{2}{5}mr^2$ και g=10 m/s^2.

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2008)

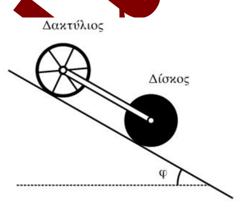
(Απ. 1) T=115 N, 2) α_{cm}=2 m/s^2, 3) υ_{cm}=2 m/s, 4) L=0.4 kg·m^2/s)

22. Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας m=2 kg και ακτίνας r=1 m. Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ=30° ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση x=2 m σε χρόνο t=1 s.

1) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

2) Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας Μ και ίδιας ακτίνας R. Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1 = \frac{1}{2}MR^2$ και του δακτυλίου $I_2 = MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους. Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.



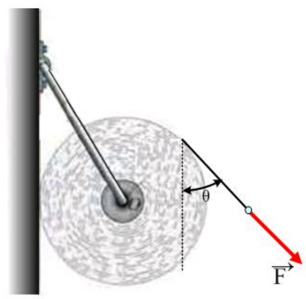
3) Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών K_1/K_2 όπου K_1 η κινητική ενέργεια του δίσκου και K_2 η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

4) Αν η μάζα κάθε στερεού είναι Μ=1,4 kg, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα. Μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και σχεδιάστε τις πιο πάνω δυνάμεις. Δίνεται: g=10 m/s^2, ημ30^o=1/2.

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2010)

(Απ. 1) I=0.5 kg·m^2, 2) ο δίσκος, 3) $\frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{4}$, 4) $F_1=F_2=F=1$ N)

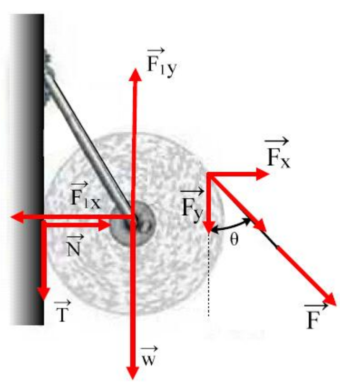
23. Ο κύλινδρος του σχήματος που ακολουθεί έχει μάζα 20kg και ακτίνα R=0,5m και παρουσιάζει με τον τοίχο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,2$. Γύρω του έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα, στο άκρο του οποίου ασκούμε μια μεταβλητή δύναμη. Παρατηρούμε ότι για να αρχίσει να στρέφεται ο κύλινδρος απαιτείται να του ασκήσουμε δύναμη τουλάχιστον F=50N, όπως στο σχήμα, όπου ημθ=0,6.



1) Να βρεθεί η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκείται στον κύλινδρο από τον άξονα περιστροφής του.

2) Αν αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F=60N, παρατηρούμε ότι ο κύλινδρος αποκτά γωνιακή ταχύτητα ω=20rad/s σε χρονικό διάστημα 5s. Υπολογίστε στην περίπτωση αυτή την οριζόντια και την κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που ασκείται στον κύλινδρο από τον άξονα περιστροφής του.
Δίνεται για τον κύλινδρο ως προς τον άξονα περιστροφής του $I=\frac{1}{2}MR^2$ και $g=10m/s^2$.

(Απ. 1) υπόδειξη: χρησιμοποιήστε το παρακάτω σχήμα για τη λύση: $F_{1x}=280$ N, $F_{1y}=290$ N, 2) $F_{1x}=236$ N, $F_{1y}=288$ N)



24. Μια λεπτή δοκός ηρεμεί στηριζόμενη σε δύο τρίποδα στα σημεία Α και Β. Πάνω στη δοκό, στο σημείο Α ηρεμεί ένας κύλινδρος μάζας 20kg και ακτίνας 0,4m. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση οριζόντιας σταθερής δύναμης F=60 N, όπως στο σχήμα, οπότε αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και μετά από 2s φτάνει στη θέση Β. Στη διάρκεια της κίνησης η δοκός δεν κινείται.

1) Να υπολογιστεί η απόσταση (ΑΒ)

2) Για τη στιγμή που ο κύλινδρος περνά από τη θέση Β να βρεθούν:

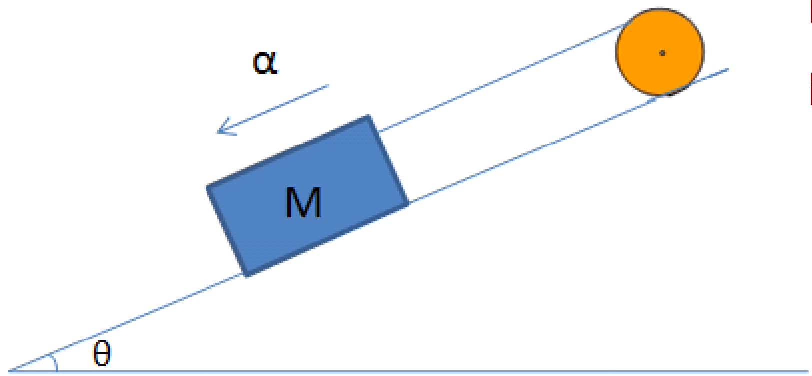
Α. Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Β. Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα που περνά από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

Δίνεται για τον κύλινδρο $I = \frac{1}{2}MR^2$ ως προς τον άξονα περιστροφής του.

(Απ. 1) (ΑΒ)=4 m, 2) Α. L=16 $kg{\cdot}m^2/s$, Β. $\frac{dL}{dt} = 8$ $kg{\cdot}m^2/s^2$)

25. Ένα σώμα μάζας M=2 kg είναι δεμένο στην άκρη νήματος αμελητέας μάζας και αρχικά ισορροπεί πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ. Το νήμα είναι τυλιγμένο γύρω από τροχό ακτίνας R=0.1 m, ο οποίος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του. Αφήνουμε ελεύθερο το σώμα μάζας M να κινηθεί στο λείο κεκλιμένο επίπεδο προς τα κάτω. Το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση α=2 m/s^2.



Να υπολογίσετε:

1) Την τάση του νήματος.

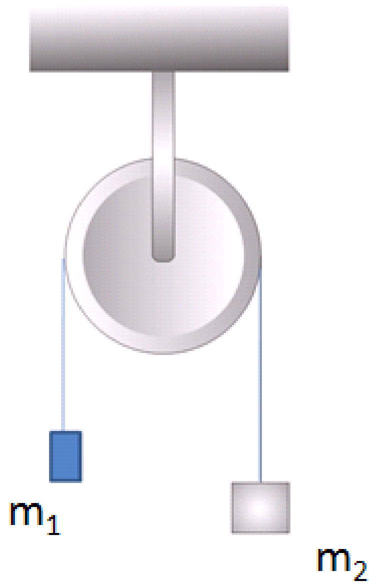
2) Τη ροπή αδράνειας του τροχού.

3) Τη γωνιακή ταχύτητα του τροχού μετά από 4 s από την στιγμή που άρχισε να περιστρέφεται.

Δίνονται ημθ=0.6, συνθ=0.8 και g=10 m/s^2.

(Απ. 1) T=8 N, 2) I=0.04 $kg{\cdot}m^2$, 3) ω=80 rad/s)

26. Η τροχαλία του παρακάτω σχήματος έχει μάζα M=4 kg και ακτίνα R=0.1 m. Τα σώματα έχουν μάζες m_1=2 kg και m_2=4 kg και το σχοινί είναι αβαρές. Το σύστημα αρχικά είναι ακίνητο και τα δύο σώματα βρίσκονται στην αρχή στο ίδιο ύψος.



Αν αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο να βρείτε:

1) Την επιτάχυνση των σωμάτων.

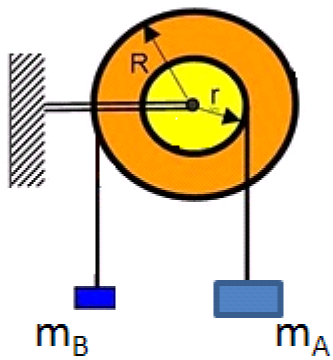
2) Τις τάσεις του σχοινιού.

3) Μετά από πόσο χρόνο τα σώματα θα απέχουν καθ' ύψος μεταξύ τους 2 m.

Δίνονται: η ροπή αδρανείας της τροχαλίας: $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: g=10 m/s^2.

(Απ. 1) α=2.5 m/s^2, 2) T_1=25 N, T_2=30 N, 3) $t = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ s)

27. Μια διπλή τροχαλία αποτελείται από ένα σύστημα από δύο τροχαλίες Α,Β που είναι κολλημένες μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι τροχαλίες Α,Β έχουν ακτίνες $R_A=r=10$ cm και $R_B=R=20$ cm, αντίστοιχα και μπορούν να περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που διέρχεται από το κοινό κέντρο μάζας τους. Η συνολική ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=0.92$ kg·m^2. Στην περιφέρεια κάθε τροχαλίας έχει τυλιχτεί νήμα αμελητέου βάρους. Στο ελεύθερο άκρο του νήματος στην τροχαλία Α κρέμεται σώμα μάζας $m_A=4$ kg, ενώ στο άλλο άκρο του άλλου νήματος κρέμεται σώμα μάζας $m_B=1$ kg.



Αν τη χρονική στιγμή t=0, αφήσουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί, τότε να βρείτε:

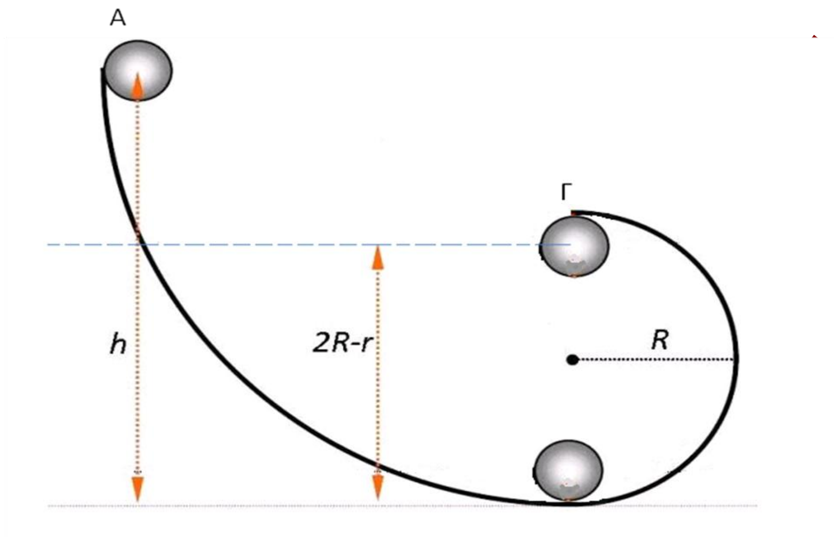
1) Τη γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.

2) Την επιτάχυνση κάθε σώματος.

Δίνεται ότι: $g=10$ m/s^2.

(Απ. 1) $\alpha_{γων}=2$ rad/s^2, 2) $\alpha_A=0.2$ m/s^2, $\alpha_B=0.4$ m/s^2)

28. Στο σχήμα που ακολουθεί, η ομογενής σφαίρα ακτίνας r=0.2 m, αφήνεται στο σημείο Α του κεκλιμένου επιπέδου που βρίσκεται σε ύψος h. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο αλλά και στο εσωτερικό της κυκλικής στεφάνης ακτίνας R=10.2 m.



Να βρείτε:

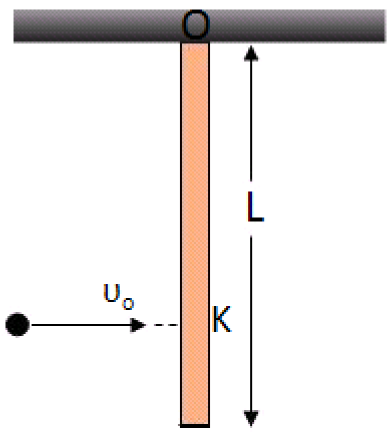
1) την ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει η σφαίρα στο ανώτερο σημείο Γ της στεφάνης, ώστε να κάνει ασφαλή ανακύκλωση,

2) το ελάχιστο ύψος h του κέντρου της σφαίρας από το έδαφος, ώστε να κάνει ασφαλή ανακύκλωση.

Δίνονται ότι: $I_{cm\ σφαίρας}=\frac{2}{5}mr^2$ και $g=10\ m/s^2$.

(Απ. 1) $υ_{min}$=10 m/s, 2) h=27.2 m)

29. Η ράβδος του παρακάτω σχήματος έχει μάζα m=4 kg και μήκος L=1 m και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Ο. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση. Σφαίρα με μάζα m΄=0.5 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα $υ_ο$=100 m/s και προσκρούει στη ράβδο στο σημείο Κ για το οποίο ισχύει ότι (ΟΚ)=$\frac{2L}{3}$.



Να βρείτε την γωνιακή ταχύτητα με την οποία αρχίζει τη στροφική της κίνηση η ράβδος όταν η σφαίρα:

1) εξέρχεται από το άλλο μέρος με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=20 m/s.

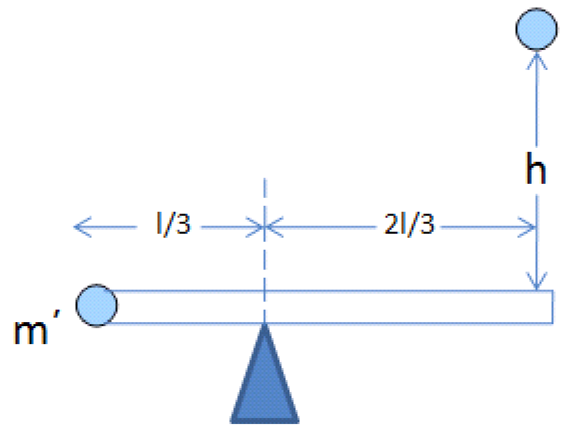
2) σφηνώνεται στη ράβδο.

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι ίση με $I_O = \frac{mL^2}{3}$. Θεωρείστε ότι ο χρόνος παραμονής της σφαίρας μέσα στη ράβδο όταν τη διαπερνά είναι αμελητέος.

<u>Υπόδειξη:</u> Σε κάθε περίπτωση η ολική στροφορμή του συστήματος διατηρείται, δηλαδή ισχύει ότι: $L_{αρχ}= L_{τελ}$.

(Απ. 1) ω=20 rad/s, 2) ω΄=$\frac{150}{7}$ rad/s)

30. Το σύστημα του σχήματος αποτελείται από μία ομογενή ράβδο μάζας m=2 kg και μήκους l=3 m στο άκρο της οποίας είναι στερεωμένη μάζα m΄. Το σύστημα μπορεί και στρέφεται γύρω από άξονα χωρίς τριβές.



1) Αν αρχικά η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση, να υπολογίσετε τη μάζα m΄.

2) Από ύψος h=5 m αφήνεται να πέσει μάζα 2m η οποία προσκολλάται στο άλλο άκρο της ράβδου.

Να βρείτε:

I. τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.

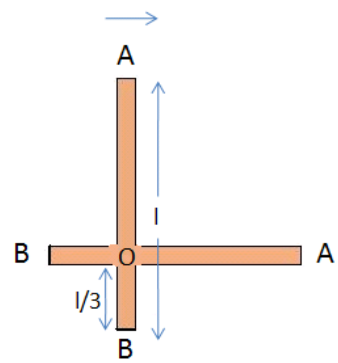
II. την γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.

Οι μάζες m΄ και 2m να θεωρηθούν σημειακές.

Δίνονται ότι: συν45^o=ημ45^o=0.7, g=10 m/s^2 και $I_{cm}=\dfrac{ml^2}{12}$.

(Απ. 1) m΄=1 kg, 2) I. $\omega=\dfrac{80}{19}$ rad/s, II. $\alpha_{\gamma\omega\nu}=\dfrac{80}{19}$ rad/s^2)

31. Μια ομογενής ράβδος (m=4 kg) με μήκος l=1.2 m και σταθερή διατομή μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από σημείο που απέχει $\frac{l}{3}$ από τη μια άκρη της ράβδου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η ράβδος αφήνεται ελεύθερη, ενώ η διεύθυνσή της είναι κατακόρυφη, και με μια μικρή ώθηση αρχίζει να περιστρέφεται. Τη χρονική στιγμή που η ράβδος γίνεται οριζόντια, να υπολογίσετε:

1) Τη γραμμική ταχύτητα του άκρου Α της ράβδου.

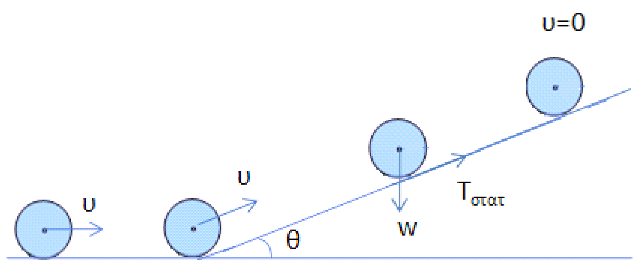
2) Την κινητική ενέργεια της ράβδου και τη στροφορμή της ως προς τον άξονα περιστροφής της.

3) Το ρυθμό που μεταβάλλεται η κινητική ενέργεια της ράβδου και το ρυθμό που μεταβάλλεται η στροφορμή της.

Δίνονται: g=10 m/s^2 και $I_{cm} = \frac{1}{12}ml^2$.

(Απ. 1) $υ_A$=4 m/s, 2) K=8 J, L=3.2 kg·m^2/s, 3) $\frac{dK}{dt}$=40 J/s, $\frac{dL}{dt}$ = 8 N·m)

32. Μία συμπαγής και ομογενής σφαίρα ακτίνας R=10 cm κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει με ταχύτητα μέτρου υ=20 m/s. Στην πορεία της κίνησής της συναντά κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\theta=30^o$ και συνεχίζει την κίνησή της χωρίς ολίσθηση, πάνω σε αυτό. Να βρείτε:



1) Το διάστημα που διανύει η σφαίρα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

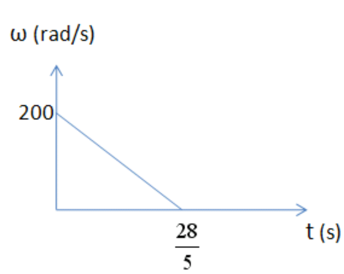
2) Την επιβράδυνση του κέντρου μάζας της σφαίρας στο κεκλιμένο επίπεδο.

3) Τη μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας σε συνάρτηση με το χρόνο. Να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

4) Πόσα rad στρέφεται μια ακτίνα της σφαίρας από τη στιγμή που η σφαίρα ξεκινά από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

Δίνονται: $I_{cm} = \frac{2}{5}mR^2$ και $g=10\ m/s^2$.

(Απ. 1) s=56 m, 2) $\alpha = \frac{25}{7}$ m/s^2, 3)



4) 560 rad)

33. Ένας ομογενής δίσκος με μάζα m=40 kg και ακτίνα R=0.2 m στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_o=20 rad/s. Στην περιφέρεια του δίσκου ασκείται εφαπτομενικά μια δύναμη F σταθερού μέτρου, η οποία αναγκάζει τον δίσκο να σταματήσει σε χρόνο t=5 s. Να βρείτε:

1) Την γωνιακή επιβράδυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ του δίσκου και το μέτρο της δύναμης F.

2) Το έργο της δύναμης μέχρι να σταματήσει ο δίσκος.

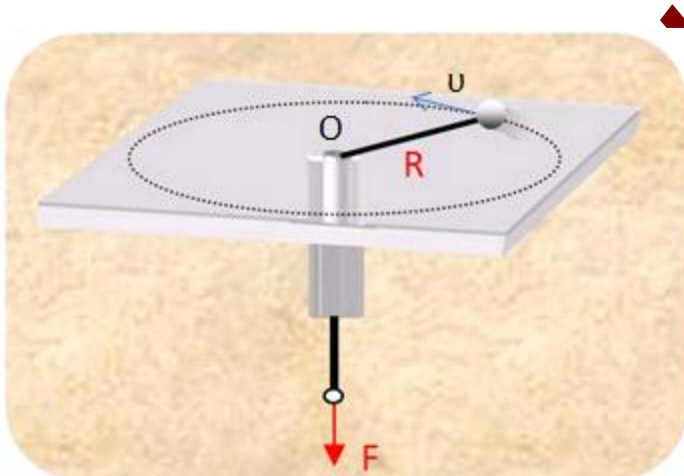
3) Τη στιγμιαία ισχύ της ροπής που ασκείται στον δίσκο τη χρονική στιγμή t_1=2 s.

4) Τη μέση ισχύ της ροπής που επιβραδύνει τον δίσκο.

Δίνεται για τον δίσκο: $I_{cm} = \frac{1}{2} mR^2$.

(Απ. 1) $\alpha_{\gamma\omega\nu}$=4 rad/s^2, F=16 N, 2) W=160 J, 3) P=38.4 W, 4) $\bar{P} = 32$ W)

34. Ένα σφαιρίδιο που έχει μάζα m=0.5 kg κινείται κυκλικά χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο τραπέζι με τη βοήθεια αβαρούς σχοινιού που περνά από λεία οπή και συγκρατείται στο άλλο άκρο του με δύναμη μέτρου F=20 N, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς είναι R=0.4 m. Τραβάμε το σχοινί κατακόρυφα κατά 0.2 m.



Να βρείτε:

1) Την αρχική και την τελική γραμμική ταχύτητα του σφαιριδίου

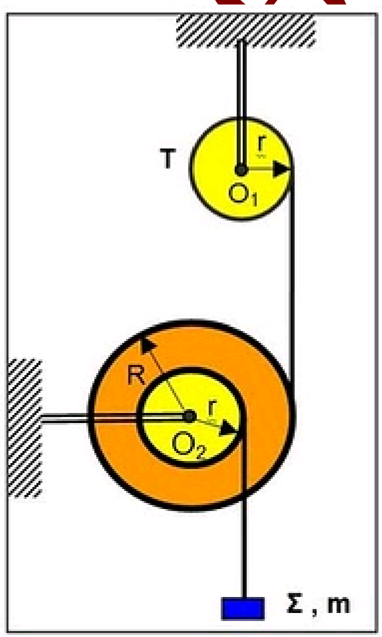
2) Την ενέργεια που ξοδεύτηκε για το τράβηγμα του σχοινιού.

<u>Υπόδειξη:</u> 1) Το σφαιρίδιο εκτελεί κυκλική κίνηση με τη βοήθεια της δύναμης F που παίζει το ρόλο της κεντρομόλου.

2) Χρησιμοποιήστε το θεώρημα έργου-ενέργειας για να βρείτε το ζητούμενο.

(Απ. 1) υ_o=4 m/s, υ_τ=8 m/s, 2) W=12 J)

35. Μια μικρή ομογενής τροχαλία με ακτίνα r=0,1 m και μια μεγάλη με ακτίνα R=0,2 m, ενώνονται έτσι ώστε να συμπίπτουν τα κέντρα τους, και προκύπτει η διπλή τροχαλία κέντρου O_2 του σχήματος. Η τροχαλία αυτή, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Στο αυλάκι της μικρής τροχαλίας, είναι τυλιγμένο αβαρές μη εκτατό νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα Σ μάζας m=4 kg. Στο αυλάκι της μεγάλης τροχαλίας, είναι τυλιγμένο αβαρές μη εκτατό νήμα, το οποίο είναι τυλιγμένο και στο αυλάκι μιας ακόμη τροχαλίας Τ, ακτίνας r=0,1 m, που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο της O_1 και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Αρχικά, το σύστημα συγκρατείται σε ηρεμία με τα κατακόρυφα νήματα τεντωμένα, και τη χρονική στιγμή t=0 αφήνεται ελεύθερο. Η ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας ως προς τον άξονα που περιστρέφεται είναι I_2=0,08 kg·m² και της τροχαλίας Τ είναι I_1=0,02 kg·m².



Να υπολογίσετε:

1) Την επιτάχυνση του σώματος Σ.

2) Τις γωνιακές ταχύτητες με τις οποίες στρέφονται οι τροχαλίες τη χρονική στιγμή t_1=6 s.

3) Το κλάσμα της αρχικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ που έχει μεταβιβαστεί σε κάθε τροχαλία μέχρι την παραπάνω χρονική στιγμή.

4) Τους ρυθμούς των ενεργειακών μεταβολών που παρατηρούνται στην τροχαλία Τ, στη διπλή τροχαλία και στο σώμα Σ την χρονική στιγμή t_1.

5) Να αποδείξετε ότι τα αποτελέσματα του ερωτήματος 4) συμφωνούν με την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Δίνεται $g=10\ m/s^2$ και ότι τα νήματα δεν ολισθαίνουν στα αυλάκια των τροχαλιών.

<u>Υπόδειξη:</u> -Όπως είναι ευνόητο, για τις επιμέρους τροχαλίες που ενώνονται για να σχηματίσουν τη διπλή τροχαλία κέντρου O_2 η γωνιακή επιτάχυνση είναι ίδια.

-Από την άλλη και δεδομένου ότι το νήμα δεν γλιστρά, η μεγάλη τροχαλία (ακτίνας R) της διπλής τροχαλίας και η τροχαλία Τ έχουν την ίδια επιτρόχιο επιτάχυνση και διαφορετικές γωνιακές επιταχύνσεις.

(Απ. 1) $\alpha_\Sigma= 2\ m/s^2$, 2) $\omega_1=240$ rad/s, $\omega_2=120$ rad/s, 3) $\dfrac{\frac{1}{2}I_1\omega_1^2}{mgh_1}=0.4$, $\dfrac{\frac{1}{2}I_2\omega_2^2}{mgh_1}=0.4$,

όπου $h_1=\frac{1}{2}\alpha_\Sigma t_1^2$, 4) $\dfrac{dK_1}{dt}=192$ J/s, $\dfrac{dK_2}{dt}=192$ J/s, $\dfrac{dK_\Sigma}{dt}=96$ J/s, $\dfrac{dU_\Sigma}{dt}=-480$ J/s,

5) Αρκεί να δείξετε ότι: $\left|\dfrac{dU_\Sigma}{dt}\right|=\dfrac{dK_1}{dt}+\dfrac{dK_2}{dt}+\dfrac{dK_\Sigma}{dt}$)

<u>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ</u>

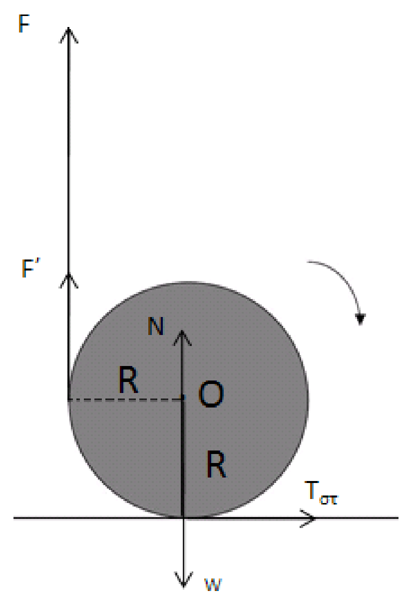
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Η φορά της στατικής τριβής

<u>Περιγραφή του τρόπου σχεδίασης της στατικής τριβής και του σωστού προσδιορισμού της φοράς της με παραδείγματα</u>

- <u>Παράδειγμα 1</u>

Εξασκούμε κατακόρυφη δύναμη F μέσω του αβαρούς νήματος και ο αρχικά ακίνητος δίσκος του παρακάτω σχήματος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο δάπεδο.



Ο δίσκος αποκτά γωνιακή επιτάχυνση λόγω της ροπής της δύναμης F. Επομένως και το κέντρο μάζας θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά. Το βάρος w, η δύναμη F και η κάθετη αντίδραση N είναι δυνάμεις κατακόρυφης διεύθυνσης οπότε δεν μπορούν να επιταχύνουν τον δίσκο προς τα δεξιά. Έτσι η μόνη δύναμη που μπορεί να επιταχύνει τον δίσκο είναι η στατική τριβή. Επομένως η φορά της στατικής τριβής είναι προς τα δεξιά.

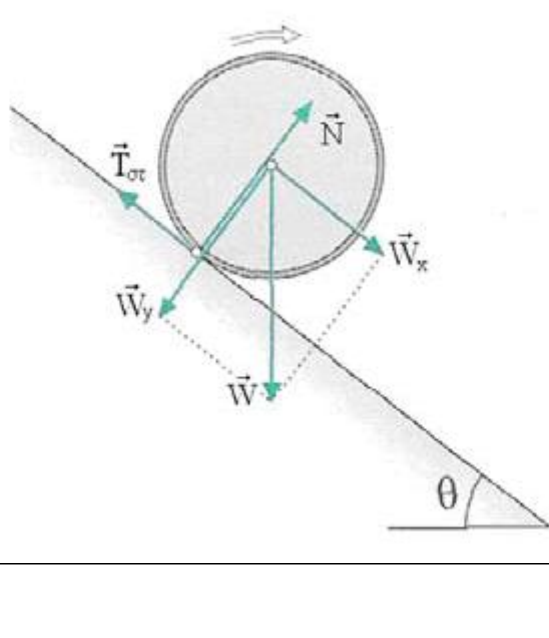
Έχουμε λοιπόν: → $T_{στ}=m \cdot α_{cm}$ και $F΄ \cdot R - T_{στ} \cdot R = I \cdot α_{γων}$

Προσοχή: Αν σχεδιάζαμε λανθασμένα τη στατική τριβή προς τ΄ αριστερά θα γράφαμε: → $T_{στ}=m \cdot α_{cm}$ και $F΄ \cdot R + T_{στ} \cdot R = I \cdot α_{γων}$

και θα οδηγούμασταν σε λανθασμένο αποτέλεσμα.

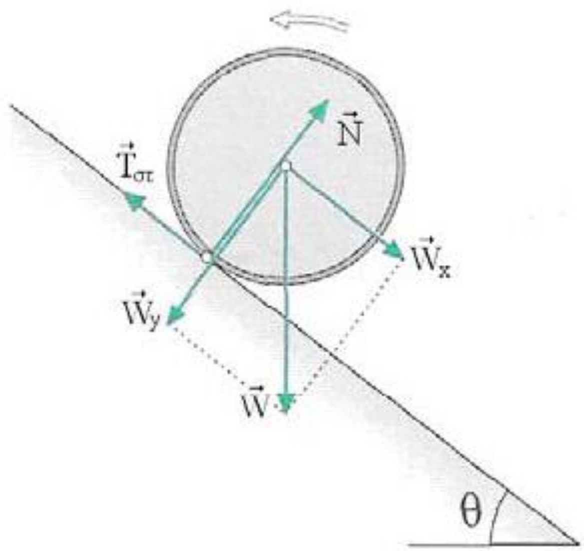
- Παράδειγμα 2

Το στερεό του παρακάτω σχήματος (κύλινδρος, δίσκος, δακτύλιος, σφαίρα) αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο οπότε κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Γνωρίζουμε ότι το κέντρο μάζας του στερεού επιταχύνεται προς τα κάτω. Επομένως και η γωνιακή ταχύτητά του πρέπει να αυξάνεται (αφού $υ_{cm}=ω \cdot R$). Έτσι κάποια δύναμη πρέπει να προκαλεί ροπή που περιστρέφει το στερεό σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Η μόνη δύναμη που μπορεί να προκαλέσει ροπή είναι η στατική τριβή έτσι πρέπει να έχει κατεύθυνση προς τα πάνω.



➢ Παράδειγμα 3

Το στερεό του σχήματος που ακολουθεί, βάλλεται από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και ανεβαίνει κυλιόμενο χωρίς να ολισθαίνει. Γνωρίζουμε ότι η ταχύτητα του κέντρου μάζας μειώνεται κατά μέτρο επομένως και η γωνιακή ταχύτητα θα πρέπει να μειώνεται κατά μέτρο μια και ισχύει $\upsilon_{cm}=\omega\cdot R$. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει να υπάρχει ροπή που προκαλεί γωνιακή επιβράδυνση, δηλαδή να τείνει να περιστρέψει το σώμα σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Η μόνη δύναμη που μπορεί να προκαλέσει ροπή είναι η στατική τριβή οπότε η κατεύθυνσή της πρέπει να είναι προς τα πάνω.

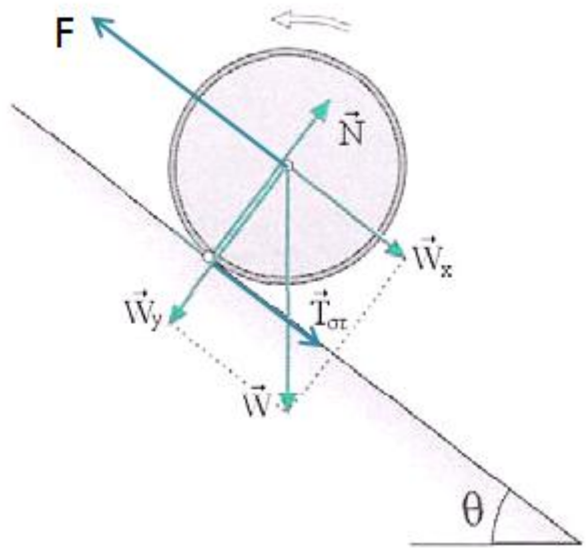


→ Από τα παραδείγματα 2 και 3 βλέπουμε ότι είτε το στερεό σώμα ανεβαίνει είτε κατεβαίνει, η στατική τριβή έχει κατεύθυνση προς τα πάνω.

ΠΡΟΣΟΧΗ ΟΜΩΣ: Αυτό ισχύει όταν δεν υπάρχουν άλλες δυνάμεις πέρα από το βάρος και τις δυνάμεις από το κεκλιμένο επίπεδο, όπως άλλωστε θα φανεί στα παραδείγματα (4, 5, 6) που ακολουθούν.

- <u>Παράδειγμα 4</u>

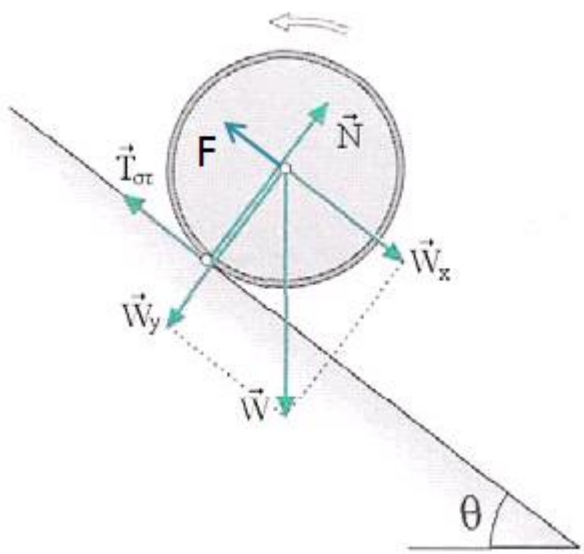
Το στερεό του σχήματος που ακολουθεί, ανεβαίνει κυλιόμενο χωρίς να ολισθαίνει μόνο που τώρα στο παιχνίδι μπαίνει και η δύναμη F. Παρατηρούμε ότι η δύναμη F διέρχεται από το κέντρο μάζας οπότε η ροπή της είναι μηδενική. Πώς όμως θα καταλάβουμε αν το κέντρο μάζας επιταχύνεται ή επιβραδύνεται; Απλό... Συγκρίνουμε το μέτρο της F με το μέτρο της W_x. Στο σχήμα μας είναι $F>W_x$ οπότε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας αυξάνεται και το ίδιο πρέπει να συμβαίνει με το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας. <u>Η στατική τριβή λοιπόν τώρα πρέπει να έχει κατεύθυνση προς τα κάτω</u> ώστε η ροπή της να μην φρενάρει αλλά να ΄γκαζώνει΄ το σώμα περιστροφικά.



Αν λοιπόν στην εκφώνηση αναφερόταν ότι $F=2W/3$ και επιπλέον ότι $θ=30^o$, θα είχαμε $W_x=Wημθ=W/2$ δηλαδή $F>W_x$ και ... αυτή είναι η περίπτωση που μελετήσαμε.

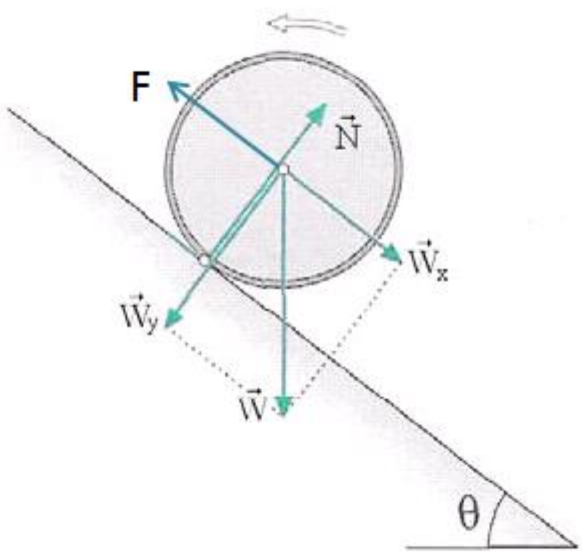
- Παράδειγμα 5

Έστω τώρα ότι στην εκφώνηση αναφέρεται ότι $F=W/3$ και $\theta=30^o$ οπότε $W_x=$ $W\eta\mu\theta=W/2$ και άρα $F<W_x$. Τι σημαίνει αυτό; Η ταχύτητα του κέντρου μάζας θα μειώνεται κατά μέτρο. Το ίδιο θα πρέπει λοιπόν να συμβαίνει και με το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας οπότε έχουμε γωνιακή επιβράδυνση και έτσι η στατική τριβή έχει κατεύθυνση προς τα επάνω.



➢ <u>Παράδειγμα 6</u>

Φυσιολογικό είναι να σκεφτούμε: Αν η F έχει ίσο μέτρο με την W_x τι συμβαίνει με τη στατική τριβή; Το κέντρο μάζας κινείται τώρα με σταθερή ταχύτητα αφού ΣF=0 και έτσι σταθερή πρέπει να είναι και η γωνιακή ταχύτητα. Θα πρέπει δηλαδή να ισχύει και Στ=0 και αφού η μόνη δύναμη που προκαλεί ροπή είναι η $T_{στ}$ θα πρέπει <u>η στατική τριβή να είναι μηδενική</u>. Απλό...



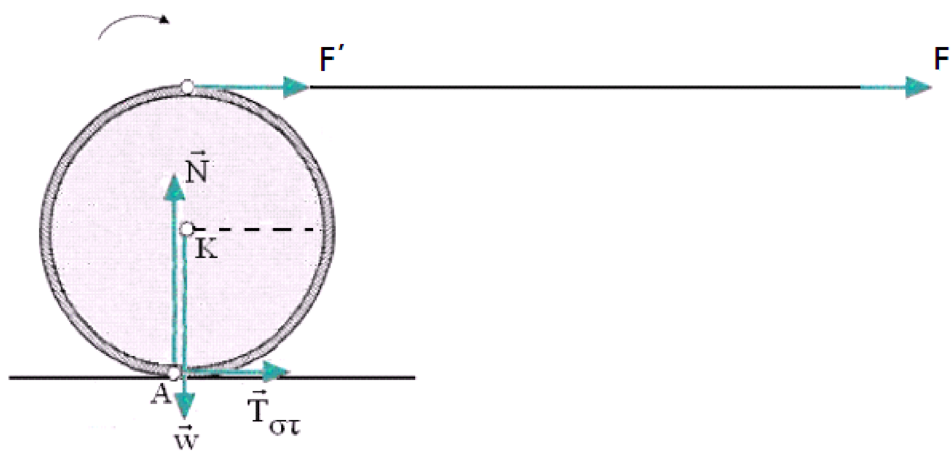
→ <u>Προσοχή</u>: Σε κάθε περίπτωση που η δύναμη F δεν είναι παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο τότε πρέπει να την αναλύουμε σε δύο συνιστώσες και να ασχολούμαστε μόνο με τη συνιστώσα την παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο.

- <u>Παράδειγμα 7</u>

Στο σχήμα που ακολουθεί ασκούμε στο αβαρές νήμα δύναμη F οπότε στο στερεό ασκείται μέσω του νήματος δύναμη F΄ (F=F΄) και ο δίσκος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο δάπεδο. Ποιο είναι το πρόβλημα που έχουμε τώρα και δεν μπορούμε να αποφασίσουμε για τη σωστή φορά της στατικής τριβής; <u>Ροπή προκαλεί και η F΄ όχι μόνο η στατική τριβή</u>.

Η φορά της στατικής τριβής εξαρτάται τόσο από το σημείο εφαρμογής της F΄ όσο και από τη ροπή αδράνειας του στερεού. Για την περίπτωση που εξετάζουμε η σωστή φορά αποδεκνύεται (η απόδειξη θα δοθεί στο τέλος) ότι είναι προς τα δεξιά όπως φαίνεται στο σχήμα.

Οι εξισώσεις μας λοιπόν γράφονται: → $F'+T_{στ}=m\cdot α_{cm}$ και $F'\cdot R-T_{στ}\cdot R=I\cdot α_{γων}$



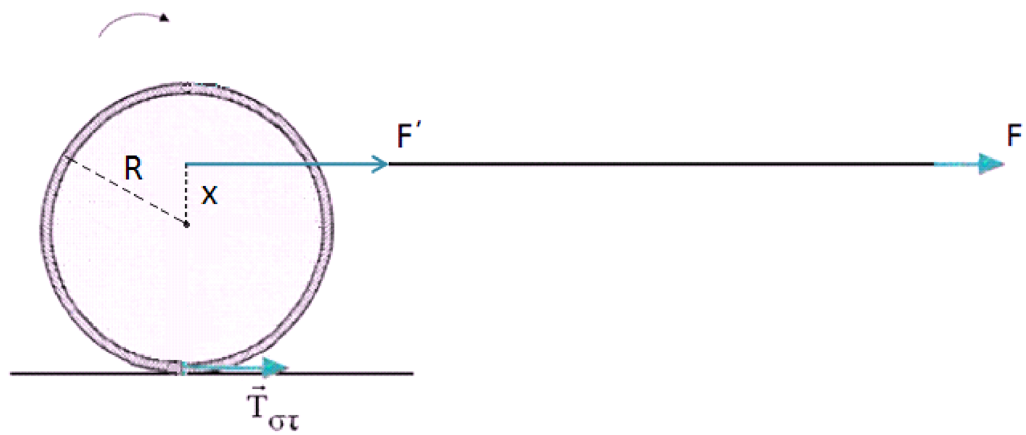
Αλλά και αν ... ακόμα μαντέψουμε λάθος και σχεδιάσουμε τη στατική τριβή προς τ' αριστερά δεν πειράζει.

Οι εξισώσεις μας γίνονται τώρα: → $F'-T_{στ}=m\cdot α_{cm}$ και $F'\cdot R+T_{στ}\cdot R=I\cdot α_{γων}$

Το ... καλό είναι ότι κάναμε λάθος και στις δύο εξισώσεις, όχι μόνο στη μία !!! Όταν κάνουμε λοιπόν τις πράξεις θα βρούμε αρνητικό αποτέλεσμα για τη στατική τριβή έχοντας όμως βρει το σωστό μέτρο. Θα αναφέρουμε λοιπόν ότι το σωστό θα ήταν να έχουμε σχεδιάσει τη στατική τριβή προς τα δεξιά.

Ισχυριστήκαμε προηγουμένως ότι αποδεικνύεται πως στην περίπτωση του σχήματος του Παραδείγματος 7 η στατική τριβή έχει φορά προς τα εμπρός (δεξιά). Ας το διερευνήσουμε.

→ Διερεύνηση της φοράς της στατικής τριβής στην περίπτωση κύλισης χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο δάπεδο κάτω από την επίδραση οριζόντιας δύναμης F.



Υποθέτουμε ότι ο φορέας της δύναμης απέχει από το κέντρο μάζας απόσταση x (πάνω από το κέντρο μάζας) όπως φαίνεται στο σχήμα. Έστω ακόμη ότι η φορά της στατικής τριβής είναι προς τα δεξιά (εμπρός). Το στερεό έχει ροπή αδράνειας ως προς άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος $I=\lambda MR^2$ (για κύλινδρο και δίσκο λ=1/2, για δακτύλιο λ=1, ενώ για σφαίρα λ=2/5). Έχουμε:

Για τη μεταφορική κίνηση: → $F-T_{\sigma\tau}=M\cdot\alpha_{cm}$ (1)

Για την περιστροφική κίνηση: → $F\cdot x-T_{\sigma\tau}\cdot R=I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu}$ → $F\cdot x-T_{\sigma\tau}\cdot R=I\cdot\dfrac{\alpha_{cm}}{R}$ (2)

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) και αρκετές πράξεις (τις παραλείπουμε) προκύπτει τελικά ότι: → $T_{\sigma\tau}=\dfrac{\dfrac{x}{\lambda\cdot R}-1}{1+\dfrac{1}{\lambda}}F$

Διερευνούμε λοιπόν την παραπάνω σχέση.

Ο παρονομαστής είναι πάντα θετικός, έτσι το πρόσημο καθορίζεται από τον αριθμητή.

- Αν $\frac{x}{\lambda \cdot R} - 1 = 0 \Rightarrow x = \lambda \cdot R$ τότε η στατική τριβή είναι μηδέν.
- Αν $\frac{x}{\lambda \cdot R} - 1 > 0 \Rightarrow x > \lambda \cdot R$ τότε η στατική τριβή είναι θετική δηλαδή προς τα δεξιά.
- Αν $\frac{x}{\lambda \cdot R} - 1 < 0 \Rightarrow x < \lambda \cdot R$ τότε η στατική τριβή είναι αρνητική δηλαδή προς τ΄αριστερά.

ΚΡΟΥΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Δώστε την σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις

1. Κατά την ελαστική κρούση δύο σωμάτων ισχύει ότι:

Α. Η κινητική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή,

Β. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων παραμένει σταθερή,

Γ. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων αυξάνεται,

Δ. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων ελαττώνεται.

2. Έστω ότι ένα σώμα Α μάζας m=0,5kg κινείται με ταχύτητα υ=100m/s και σφηνώνεται σε ακίνητο σώμα Β μάζας M=3.5kg. Τότε ποια θα είναι η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

Α. 11.5 m/s

Β. 14.5 m/s

Γ. 15.5 m/s

Δ. 12.5 m/s

3. Πάνω σε ένα ακίνητο όχημα μάζας 1000kg υπάρχει ένα πυροβόλο που εκτοξεύει βλήμα μάζας 10kg, οριζόντια, με ταχύτητα 200 m/s, προς τα δεξιά. Τότε ποια είναι η ταχύτητα του οχήματος μετά την εκτόξευση;

Α. 2 m/s προς τα αριστερά,

Β. 4 m/s προς τα αριστερά,

Γ. 2 m/s προς τα δεξιά,

Δ. 4 m/s προς τα δεξιά.

4. Έστω ότι δύο σφαίρες κινούνται, η μια προς την άλλη, με ταχύτητες $υ_1$=5m/s και $υ_2$=8m/s. Αν οι σφαίρες έχουν μάζες m_1=4kg και m_2=6kg αντίστοιχα, τότε ποια είναι η συνολική ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών;

Α. -30 m/s

Β. -28 m/s

Γ. -24 m/s

Δ. -20 m/s

5. Ένα σώμα Α κινούμενο με ταχύτητα $υ_0$=20 m/s σφηνώνεται σε ένα ακίνητο σώμα Β τετραπλάσιας μάζας. Τότε ποια θα είναι η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

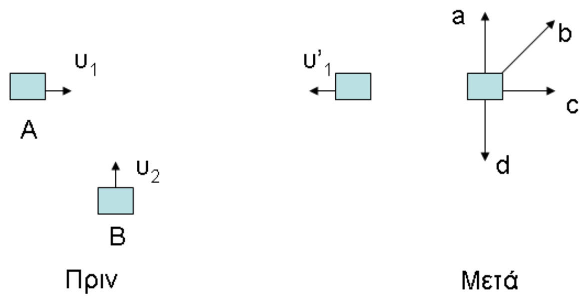
Α. 5 m/s

Β. 6 m/s

Γ. 4 m/s

Δ. 10 m/s

6. Στο σχήμα που ακολουθεί δύο σώματα Α και Β κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις και συγκρούονται, οπότε το σώμα Α μετά την κρούση έχει ταχύτητα $υ_1΄$, με αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική $υ_1$. Τότε ποιο από τα διανύσματα a,b,c και d παριστά την ταχύτητα του Β σώματος μετά την κρούση;



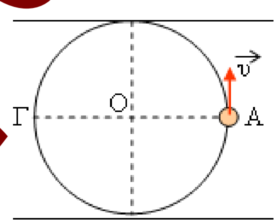
Α. a

Β. b

Γ. c

Δ. d

7. Έστω ότι το σώμα Α (μάζας 3kg) του σχήματος, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα υ=4m/s.



Τότε ποια είναι η μεταβολή της ορμής του σώματος μεταξύ των θέσεων Α και Γ;

Α. -24 m/s

Β. 14 m/s

Γ. -12 m/s

Δ. 0 m/s

8. Αν ένα φορτηγό μάζας 3000 kg κινείται με ταχύτητα υ=60 km/h, τότε ποια είναι η ορμή του;

Α. $5 \cdot 10^3$ kg·m/s

Β. $5 \cdot 10^4$ kg·m/s

Γ. $5 \cdot 10^2$ kg·m/s

Δ. $5 \cdot 10^5$ kg·m/s

9. Έστω ότι ένα σώμα μάζας m=5 kg που κινείται οριζόντια με ορμή 20 kg·m/s προσπίπτει σε ένα κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται οριζόντια με ορμή ίδιου μέτρου. Τότε ποιο είναι το μέτρο της μεταβολής της ορμής του;

Α. 20 kg·m/s

Β. -20 kg·m/s

Γ. 40 kg·m/s

Δ. -40 kg·m/s

10. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων ισχύει ότι:

Α. Η κινητική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει σταθερή,

Β. Η ορμή του συστήματος των σωμάτων διατηρείται,

Γ. Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρείται,

Δ. Η ταχύτητα κάθε σώματος διατηρείται.

11. Έστω ότι ένα σώμα μάζας m, το οποίο έχει κινητική ενέργεια K, συγκρούεται πλαστικά με σώμα πενταπλάσιας μάζας. Αν υποθέσουμε ότι μετά την κρούση το συσσωμάτωμα παραμένει ακίνητο, τότε ποια είναι η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση;

Α. 3K/4

Β. 5K/7

Γ. 4K/3

Δ. 6K/5

12. Έστω ότι ένα σώμα μάζας m, το οποίο έχει ταχύτητα υ, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα οκταπλάσιας μάζας. Τότε ποια είναι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση;

Α. $K = \frac{1}{9} m\upsilon^2$

Β. $K = \frac{2}{9} m\upsilon^2$

Γ. $K = \frac{1}{18} m\upsilon^2$

Δ. $K = \frac{1}{36} m\upsilon^2$

13. Έστω ότι ένα σώμα μάζας m_1, το οποίο έχει ταχύτητα $υ_1$, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2. Αν το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κινείται με ταχύτητα $V= υ_1/2$ τότε ποιος είναι ο λόγος m_1/m_2 των μαζών των δύο σωμάτων;

Α. 1

Β. 0.5

Γ. 2

Δ. 4

14. Ένα σώμα Α (μάζας m_A) κινούμενο με ταχύτητα $υ_A$=2 m/s σφηνώνεται σε ένα ακίνητο σώμα Β (μάζας $m_B=3m_A$). Ποια είναι οι τιμές των μαζών των δύο σωμάτων αν η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση είναι 6J;

Α. m_A =10 kg και m_B=30 kg

Β. m_A =8 kg και m_B=24 kg

Γ. m_A =12 kg και m_B=36 kg

Δ. m_A =6 kg και m_B=18 kg

15. Ένα σώμα Α κινούμενο με ταχύτητα $υ_0$=9 m/s σφηνώνεται σε ένα ακίνητο σώμα Β οκταπλάσιας μάζας. Τότε ποια θα είναι η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

Α. 2 m/s

Β. 1 m/s

Γ. 3 m/s

16. Σε ποια περίπτωση η ορμή ενός συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή;

Α. Όταν οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα έχουν συνισταμένη μικρότερη του μηδενός,

Β. Όταν οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα έχουν συνισταμένη μεγαλύτερη του μηδενός,

Γ. Όταν οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα έχουν μηδενική συνισταμένη.

17. Ένα πυροβόλο μάζας m εκτοξεύει βλήμα μάζας 6kg, οριζόντια, με ταχύτητα 150 m/s, προς τα δεξιά. Ποια είναι η μάζα του πυροβόλου αν αυτό αποκτά ταχύτητα 3 m/s μετά την εκτόξευση;

Α. m= 500 kg

Β. m= 200 kg

Γ. m= 300 kg

Δ. m= 400 kg

18. Αν ένα πούλμαν μάζας 2000 kg κινείται με ταχύτητα υ=80 km/h, τότε ποια είναι η ορμή του;

Α. $\frac{4}{9}\cdot 10^5$ kg·m/s

Β. $\frac{2}{9}\cdot 10^5$ kg·m/s

Γ. $\frac{3}{9}\cdot 10^5$ kg·m/s

ΑΣΚΗΣΕΙΣ-ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένα βλήμα μάζας m=0,1 kg κινείται με ταχύτητα υ=100 m/s και σφηνώνεται σε ακίνητο σώμα Α μάζας M=1,9 kg. Το συσσωμάτωμα κινείται στο οριζόντιο επίπεδο και σταματά αφού μετατοπισθεί κατά x=10 m. Δίνεται $g=10\ m/s^2$.

1) Ποια η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

2) Βρείτε την τριβή που ασκήθηκε στο συσσωμάτωμα.

3) Πόσο χρόνο διαρκεί η κίνηση μετά την κρούση;

(Απ. 1) $υ_0$= 5 m/s, 2) T= 2,5 N, 3) t= 4 s)

2. Πάνω σε όχημα με μάζα 800 kg υπάρχει πυροβόλο που εκτοξεύει βλήμα μάζας 10kg, οριζόντια, με ταχύτητα 200 m/s, προς τα δεξιά. Ποια είναι η ταχύτητα του οχήματος μετά την εκτόξευση αν αρχικά:

1) το όχημα ήταν ακίνητο,

2) είχε ταχύτητα 4 m/s και αντίθετης κατεύθυνσης από αυτήν του βλήματος.

(Απ. 1) $υ_2$= 2,5 m/s, 2) $υ_2$ =6,5 m/s)

3. Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας M=2 kg. Ένα βλήμα μάζας m=0,1 kg που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $υ_0$= 100m/s, συγκρούεται με το σώμα Α, το διαπερνά σε χρόνο Δt=0,2 s και εξέρχεται με ταχύτητα $υ_1$=20 m/s. Δίνεται g=10 m/s^2.

1) Βρείτε την αρχική ορμή του βλήματος.

2) Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος Α μετά την κρούση.

3) Ποια η μεταβολή της ορμής του βλήματος;

4) Βρείτε την μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα κατά το πέρασμά του μέσα από το σώμα Α.

5) Σε μια στιγμή ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος Α είναι 50kg·m/s^2. Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής του βλήματος την ίδια χρονική στιγμή;

6) Αν το σώμα Α παρουσιάζει με το έδαφος συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2, πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα Α, μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει;

(Απ. 1) P_1= 10 kg·m/s, 2) $υ_2$= 4m/s, 3) $ΔP_1$ = - 8 kg·m/s, 4) F= ΔP/Δt =- 40N, 5) $ΔP_1$/Δt= - 50 kg·m/s, 6) x= 4m)

4. Ένα σώμα Σ μάζας M=2kg ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός νήματος μήκους l=2,5m. Σε μια στιγμή στο σώμα Σ προσπίπτει ένα βλήμα μάζας m_1=0,1kg με ταχύτητα υ_1=200m/s, το διαπερνά και εξέρχεται με ταχύτητα υ_2=100m/s.

1) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λαθεμένες:

Α. Κατά τη διάρκεια της κρούσης διατηρείται η ορμή του βλήματος.

Β. Η ορμή του συστήματος σώμα Σ-βλήμα, διατηρείται κατά την κρούση.

Γ. Η Μηχανική ενέργεια διατηρείται κατά την κρούση.

Δ. Μετά την κρούση το σώμα Σ κινείται μέχρι να ανέβει σε ύψος h. Κατά τη διάρκεια της κίνησης αυτής η Μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.

2) Ποια ταχύτητα αποκτά το σώμα Σ μετά την κρούση;

3) Να υπολογίσετε το ύψος h.

Δίνεται g=10 m/s^2.

(Απ. 1) Λ-Σ-Λ-Σ, 2) v= 5m/s, 3) h =1,25m)

5. Ένα σώμα Σ μάζας M=9kg ηρεμεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς Κ=100N/m. Από ύψος 5m πάνω από το σώμα Σ, ρίχνουμε κατακόρυφα με αρχική ταχύτητα υ_o=10m/s ένα σώμα Σ_1 μάζας 1kg που σφηνώνεται στο σώμα Σ. Να βρείτε:

1) την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

2) το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σύστημα των δύο σωμάτων. g=10 m/s^2.

(Απ. 1) $\upsilon = \sqrt{2}$ m/s, 2) A= 0.46 m)

6. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας Μ. Σε μια στιγμή ένα βλήμα μάζας m που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $υ_0$, σφηνώνεται στο σώμα Α.

1) Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις % της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα.

2) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή του παραπάνω ποσοστού;

(Απ. 1) $Π=\frac{M}{M+m}100$, 2) 0 έως 100 %)

7. Σε ένα πείραμα του Rutherford ένα σωμάτιο α κινούμενο με ταχύτητα $υ_0=10^6$m/s αλληλεπιδρά με έναν ακίνητο πυρήνα δεκαπλάσιας μάζας. Μετά τη κρούση το σωμάτιο α κινείται σε διεύθυνση κάθετη προς την αρχική.

1) Ποια η τελική ταχύτητα του σωματίου α;

2) Ποιο το μέτρο και ποια η διεύθυνση κίνησης του πυρήνα μετά τη κρούση;

(Απ. 1) $υ_1= 0.9·10^6$m/s, 2) $V=1.4·10^5$ m/s, εφθ=0.94)

8. Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που έχουν την ίδια οριζόντια διεύθυνση και γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$x_1 = 0.1\eta\mu 20t \ \text{(S.I.)}$$

και

$$x_2 = 0.1\sqrt{3}\eta\mu(20t + \frac{\pi}{2}) \ \text{(S.I.)}$$

1) Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα $Σ_1$.

2) Τη χρονική στιγμή t_1= π/5 s το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=0,5kg που κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση από το σώμα $Σ_1$ με ταχύτητα μέτρου $υ_2$=1m/s. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί α.α.τ. της ίδιας διεύθυνσης και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.

i) Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$ ελάχιστα πριν την κρούση.

ii) Να βρείτε την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

iii) Η ενέργεια ταλάντωσης μετά την κρούση είναι:

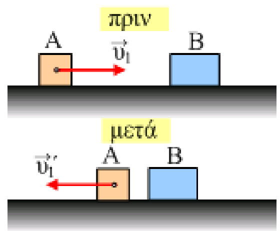
Α) $E = ½\, m_1 \cdot υ_κ^2 + ½\, m_1 \cdot ω^2 \cdot x_1^2 = 6{,}5$J

Β) $E = ½\, (m_1 + m_2) \cdot υ_κ^2 + ½\, m_1 \cdot ω^2 \cdot x_1^2 = 6{,}75$ J

Γ) $E = ½\, (m_1 + m_2) \cdot υ_κ^2 + ½\, (m_1 + m_2) \cdot ω^2 \cdot x_1^2 = 9{,}75$ J

(Απ. 1) x= 0,2·ημ(20t+π/3) (S.I.), 2) i) $υ_1$= 2m/s, ii) $υ_κ$= 1m/s, iii) Η σωστή απάντηση είναι η Β)

9. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται ένα σώμα Α μάζας m_1 =0,2kg με ταχύτητα $υ_1$=6m/s και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα Β μάζας m_2=0,4kg. Μετά την κρούση το Α σώμα έχει ταχύτητα ίδιου μέτρου, αλλά αντίθετης φοράς.



1) Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα του σώματος Β.

2) Ποια η μεταβολή της ορμής του Α σώματος που οφείλεται στην κρούση;

(Απ. 1) $υ_2$=-3 m/s, 2) Δp=-2.4 kg·m/s)

10. Έστω ότι ένα βλήμα μάζας m=0.1 kg που κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω κάποια στιγμή συναντά ένα κομμάτι ξύλο μάζας M= 1.9 kg και σφηνώνεται σε αυτό με ταχύτητα $υ_o$. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ξύλο-βλήμα ανυψώνεται σε ύψος h=5 m πάνω από την αρχική του θέση.Να υπολογιστούν τα παρακάτω:

1) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση,

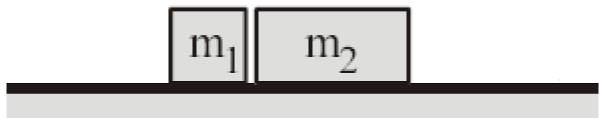
2) το μέτρο της ταχύτητα $υ_o$ του βλήματος,

3) τη μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση,

4) το ρυθμό μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση. Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Απ. 1) V=10 m/s, 2) $υ_o$=200 m/s, 3) Q=1900 J, 4) 200 J/s)

11. Σώμα μάζας m_1 κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου $υ_1$=15m/s κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα.



Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας m_1 κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου $υ_1΄$=9 m/s.

1) Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών m_1/m_2.

2) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.

3) Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας m_2 λόγω της κρούσης.

4) Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.

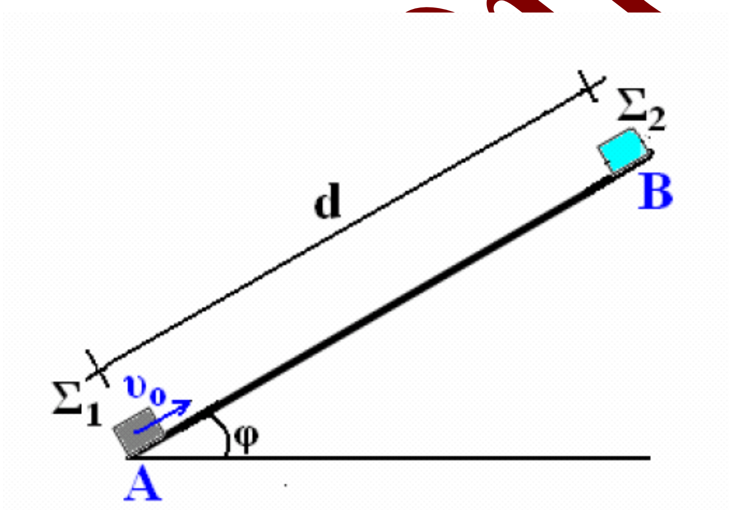
Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι ίσος με μ = 0,1.

Δίνεται ότι: g=10 m/s^2.

(Πανελλαδικές Εξετάσεις 2008)

(Απ. 1) $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{4}$, 2) $υ_2΄$=6 m/s, 3) 64%, 4) x=58.5 m)

12. Το κεκλιμένο επίπεδο του παρακάτω σχήματος σχηματίζει γωνία $\varphi=30^o$ με το οριζόντιο επίπεδο και έχει μήκος d=4.25 m. Κάποια χρονική στιγμή (που την θεωρούμε χρονική στιγμή $t_o=0$) εκτοξεύουμε , προς τα πάνω, από τη βάση Α του κεκλιμένου επιπέδου σώμα Σ_1 με αρχική ταχύτητα $\upsilon_o=10$ m/s. Ταυτόχρονα (την χρονική στιγμή $t_o=0$) αφήνουμε ,από την κορυφή Β του κεκλιμένου επιπέδου, να ολισθήσει δεύτερο σώμα Σ_2. Τα δύο σώματα έχουν την ίδια μάζα , είναι από το ίδιο υλικό και κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία ΑΒ. Τα δύο σώματα παρουσιάζουν με το κεκλιμένο επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu=\frac{\sqrt{3}}{5}$. Κάποια χρονική στιγμή τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Οι διαστάσεις των σωμάτων να θεωρηθούν πολύ μικρές σε σχέση με τις αποστάσεις που διανύουν. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.



1) Ποια χρονική στιγμή θα συγκρουσθούν τα δύο σώματα;

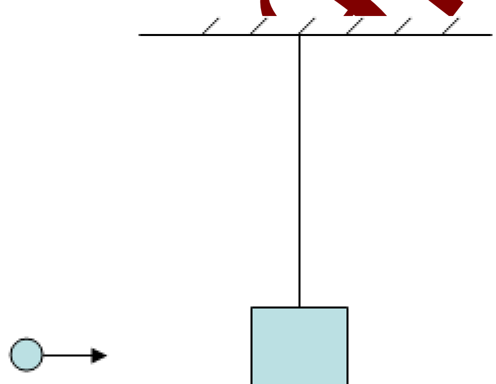
2) Ποια είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

(Απ. 1) t=0.5 s, 2) υ=2.5 m/s)

13. Μία σφαίρα που έχει μάζα m_1=4 kg δένεται από την ελεύθερη άκρη σχοινιού μήκους 1 m. Στη συνέχεια εκτρέπουμε το σχοινί από την κατακόρυφο κατά γωνία $\varphi=60^o$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Όταν το σώμα περνάει από την κατακόρυφο συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2=1 kg. Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει η μάζα m_2 πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Δίνονται ο συντελεστής τριβής μ=0.2 και η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2.

(Απ. x=6.4 m)

14. Ένα κομμάτι ξύλου μάζας M=3.9 kg κρέμεται από την άκρη ενός σχοινιού που έχει μήκος 1 m, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Βλήμα μάζας m=0.1 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα $υ_1$=100 m/s. Να βρείτε την ανύψωση του κέντρου βάρους και το ποσοστό της ενέργειας που χάθηκε κατά την κρούση:



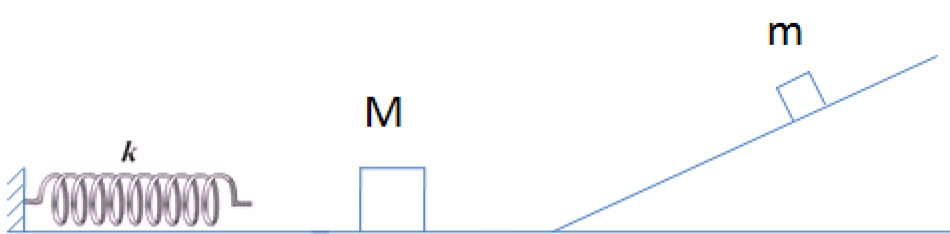
1) όταν το βλήμα σφηνώνεται και παραμένει μέσα στο ξύλο,

2) όταν το βλήμα βγαίνει από την άλλη άκρη του ξύλου με ταχύτητα $υ_2'$=22 m/s.

Δίνεται ότι g=10 m/s^2.

(Απ. 1) h_1=31.25 cm, 97.5 %, 2) h_2=20 cm, 93.6 %)

15. Από την κορυφή ενός κεκλιμένου επιπέδου ύψους h=1.6 m και γωνίας κλίσης $\varphi=30^o$ αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας m=1 kg. Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου το σώμα συναντάει λείο οριζόντιο επίπεδο στο οποίο και κινείται μέχρις ότου συγκρουστεί πλαστικά με σώμα μάζας M=4 kg. Το συσσωμάτωμα κινούμενο συναντάει και συσπειρώνει ιδανικό ελατήριο που είναι οριζόντιο και έχει μόνιμα στερεωμένο το ένα άκρο του.



Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης επί του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu=\frac{\sqrt{3}}{4}$ τότε να υπολογιστούν:

1) η συσπείρωση του ελατηρίου,

2) το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της αρχικής μηχανικής ενέργειας του σώματος m κατά την ολίσθησή του επί του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται: g=10 m/s^2 και k=1000 N/m.

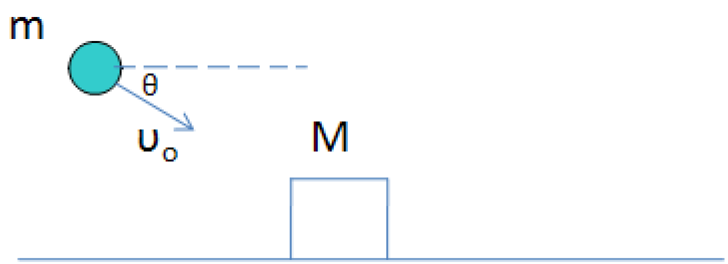
Να θεωρήσετε ότι δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά την στιγμή που το σώμα μάζας m συναντάει το οριζόντιο επίπεδο.

Ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ορίζεται το οριζόντιο επίπεδο.

(Εξετάσεις 1989)

(Απ. 1) 0.04 m, 2) 75%)

16. Το βλήμα του παρακάτω σχήματος έχει μάζα m=1 kg και πριν σφηνωθεί στο κιβώτιο έχει ταχύτητα μέτρου $υ_ο=8\sqrt{3}$ m/s σε διεύθυνση που σχηματίζει με την οριζόντια γωνία $θ=30^o$. Αν το κιβώτιο έχει μάζα M=3 kg και παρουσιάζει με το οριζόντιο δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0.1, τότε να βρείτε:



1) την ταχύτητα του κιβωτίου μετά την κρούση,

2) το διάστημα που διανύει το κιβώτιο μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται ότι: $g=10$ m/s^2.

(Απ. 1) υπόδειξη: εφαρμόστε Α.Δ.Ο στον άξονα των x, V=3 m/s, 2) x=4.5 m)

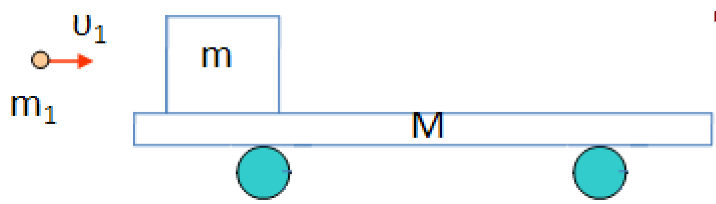
17. Δύο ελαστικές σφαίρες με μάζες $m_1=1$ kg και $m_2=3$ kg κινούνται αντίθετα με ταχύτητες $υ_1=60$ m/s και $υ_2=20$ m/s αντίστοιχα. Αν οι σφαίρες αυτές συγκρούονται ελαστικά και μετωπικά τότε να βρείτε:

1) τις ταχύτητες των σφαιρών αμέσως μετά την κρούση,

2) την μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας και την μεταβολή της ορμής του συστήματος των σφαιρών κατά την κρούση.

(Απ. 1) $υ_1΄=-60$ m/s, 2) $υ_2΄=20$ m/s, 2) $Δp_1=-120$ kg·m/s, $Δp_2=120$ kg·m/s, $Δp_{συστήματος}=0$)

18. Μια σανίδα μάζας M=9 kg μπορεί να κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Το σώμα μάζας m ($m=\frac{M}{10}$) είναι ακίνητο πάνω στη σανίδα και εμφανίζει με αυτή συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=\frac{2}{5}$. Έστω ότι ένα βλήμα μάζας m_1=0.1 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_1=200 m/s και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα τότε να βρείτε:



1) την ταχύτητα του συσσωματώματος (βλήμα-σώμα μάζας m),

2) την κοινή ταχύτητα του συστήματος των σωμάτων (συσσωμάτωμα-σανίδα),

3) τη συνολική απώλεια της μηχανικής ενέργειας,

4) το χρονικό διάστημα από την κρούση μέχρι να αποκτηθεί κοινή ταχύτητα για το σύστημα των σωμάτων (συσσωμάτωμα-σανίδα),

5) το διάστημα που διατρέχει το συσσωμάτωμα πάνω στη σανίδα καθώς και την μετατόπισή του ως προς το έδαφος μέχρι τα δύο σώματα (συσσωμάτωμα-σανίδα) να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα.

Δίνεται ότι: $g=10\ m/s^2$.

(Απ. 1) V=20m/s, 2) υπόδειξη: στο σύστημα συσσωμάτωμα-σανίδα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στην οριζόντια διεύθυνση, οπότε η ορμή διατηρείται ($p_{αρχ}=p_{τελ}$ ή $(m+m_1)V=(m+m_1+M)\upsilon$, υ=2 m/s, 3) ΔΕ=1980 J, 4) t=4.5 s, 5) x=45 m ως προς τη σανίδα, x΄=49.5 m ως προς το έδαφος)

19. Ένας οδηγός πατά την κόρνα του αυτοκινήτου του όταν αυτό είναι ακίνητο εκπέμποντας ήχο συχνότητας 300 Hz. Την ίδια στιγμή ένας ποδηλάτης απομακρύνεται από το αυτοκίνητο με ταχύτητα μέτρου υ=10 m/s. Να υπολογίσετε

1) τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο ποδηλάτης,

2) την ταχύτητα με την οποία πρέπει να απομακρύνεται ο ποδηλάτης ώστε να ακούει ήχο συχνότητας 295 Hz.

Θεωρείστε ότι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι ίση με 340 m/s.

(Απ. 1) 291 Hz, 2) 5.7 m/s)

20. Ένα ταχύπλοο κινείται κατά μήκος μιας παραλίας με σταθερή ταχύτητα έστω $υ_ο$ και εκπέμπει ένα ήχο συχνότητας 400 Hz. Αν ένας ακίνητος παρατηρητής που βρίσκεται στην παραλία αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας 395 Hz, τότε να βρείτε:

1) αν το ταχύπλοο πλησιάζει τον παρατηρητή ή απομακρύνεται από αυτόν,

2) την ταχύτητα $υ_ο$ του ταχύπλοου.

Θεωρείστε ότι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι ίση με 340 m/s.

(Απ. 1) απομακρύνεται, 2) $υ_ο$=4.3 m/s)

21. Ένα φορτηγό που κινείται με ταχύτητα 8 km/h εκπέμπει ήχο που έχει συχνότητα 400 Hz. Ένας μοτοσυκλετιστής που κινείται με 54 km/h πλησιάζει το φορτηγό. Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που ακούει ο μοτοσυκλετιστής.

Θεωρείστε ότι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι ίση με 340 m/s.

(Απ. 415 Hz)

22. Βλήμα όπλου μάζας 30 g κινείται οριζόντια και ενσωματώνεται σε σφαιρικό σάκκο, ο οποίος περιέχει άμμο μάζας 18 kg. Ο σάκκος κρέμεται από την οροφή με λεπτό σύρμα μήκους 2 m, ο οποίος λόγω του βλήματος κινείται αργά και φτάνει μέχρι τη θέση, η οποία σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία 5^o . Ποια είναι η ταχύτητα του βλήματος;

Δίνονται: ημ5^o=0.087, συν5^o=0.996 και g=10 m/s^2.

(Εξετάσεις Μηχανολόγων-Μηχανικών Ε.Μ.Π. 1960)

(Απ. υ=240,4 m/s)

23. Ένα σώμα μάζας m, δεμένο στο άκρο νήματος μήκους l, σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία 60^o. Στη θέση ισορροπίας θεωρούμε άλλο ένα όμοιο σώμα, που είναι δεμένο στο άκρο ίσου νήματος από το ίδιο σημείο. Αφήνουμε το πρώτο σώμα ελεύθερο, οπότε αυτό πέφτει στο δεύτερο και τα δύο σώματα ενσωματώνονται. Ζητείται το συνημίτονο της μέγιστης γωνίας απόκλισης.

(Εξετάσεις Μαθηματικού Αθήνας 1962)

(Απ. συνφ=7/8)

24. Ένα σώμα μάζας M=0.3 kg ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης $\varphi=30^o$, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς k=20 N/m, στερεωμένου στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Ένα βλήμα μάζας m=100 g κινείται παράλληλα προς το κεκλιμένο επίπεδο και σφηνώνεται στο σώμα. Μετά το σφήνωμα του βλήματος προκαλείται πρόσθετη συσπείρωση του ελατηρίου κατά 10 cm και το συσσωμάτωμα εκτελεί α.α.τ.

1) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του βλήματος κατά την στιγμή της κρούσης.

2) Ποια είναι η περίοδος και ποιο το πλάτος της α.α.τ.;

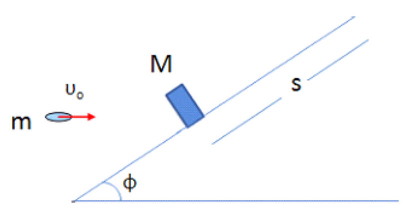
3) Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα των σωμάτων μετά την κρούση;

Δίνεται ότι: $g=10\ m/s^2$.

(Απ. 1) $\upsilon_{\beta\lambda}=2$ m/s, 2) $T=\frac{\sqrt{2}\pi}{5}s$, A=7.5 cm, 3) $\upsilon_{max}=0.53$ m/s)

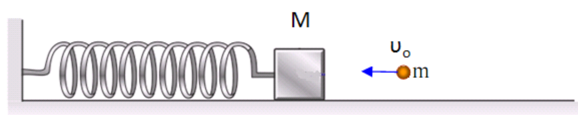
25. Ένα σώμα μάζας M=3.8 kg διατηρείται ακίνητο πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης $\varphi=30^o$ και σε απόσταση s=5 m από την κορυφή του. Ένα βλήμα μάζας m=200 g κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ=200 m/s και σφηνώνεται στο κέντρο μάζας του σώματος. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το συσσωμάτωμα θα φτάσει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνεται ότι: $g=10\ m/s^2$.



(Απ. υ=5 m/s)

26. Σώμα μάζας M=1.8 kg έχει συνδεθεί στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K=200 N/m. Ένα βλήμα μάζας m=0.2 kg, που κινείται κατά τη διεύθυνση του ελατηρίου, συγκρούεται με το σώμα και σφηνώνεται σε αυτό. Η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται στη θέση όπου το ελατήριο είναι συμπιεσμένο κατά Δx=0.08 m.



1) Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κάνει α.α.τ.

2) Να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης.

3) Να βρείτε την ταχύτητα $υ_ο$ του βλήματος πριν την κρούση.

Θεωρείστε ότι δεν υπάρχουν τριβές.

(Απ. 2) $T = \frac{\pi}{5}$ s, 3) $υ_ο$=8 m/s)

ΧΡΗΣΙΜΟΙ ΤΥΠΟΙ

ΒΑΣΙΚΟΙ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$

$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$$

$$\eta\mu 2\omega = 2\eta\mu\omega\sigma\upsilon\nu\omega$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\omega = \sigma\upsilon\nu^2\omega - \eta\mu^2\omega = 1 - 2\eta\mu^2\omega = 2\sigma\upsilon\nu^2\omega - 1$$

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

$$\eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow \; x = 2\kappa\pi + \theta \text{ ή } x = 2\kappa\pi + (\pi - \theta)$$

$$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow \; x = 2\kappa\pi \pm \theta$$

$$\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\theta \Leftrightarrow \; x = \kappa\pi + \theta$$

$$\sigma\varphi x = \sigma\varphi\theta \Leftrightarrow \; x = \kappa\pi + \theta$$

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ

θ	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**	**180°**
ημ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
συν	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
εφ	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	**-**	0
θ_π	**0**	**π/6**	**π/4**	**π/3**	**π/2**	**π**

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής $F_{αντ}=-bυ$, όπου b θετική σταθερά και υ η ταχύτητα του ταλαντωτή,

α. όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης η περίοδος μειώνεται.

β. το πλάτος διατηρείται σταθερό.

γ. η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.

δ. η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

Μονάδες 5

Α2. Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα $\vec{υ}$, το διάνυσμα έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι $\vec{E}$ και το διάνυσμα έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι $\vec{B}$. Θα ισχύει:

α. $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{υ}$, $\vec{B} \parallel \vec{υ}$.

β. $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{υ}$, $\vec{B} \perp \vec{υ}$.

γ. $\vec{E} \parallel \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{υ}$, $\vec{B} \perp \vec{υ}$.

δ. $\vec{E} \parallel \vec{B}$, $\vec{E} \parallel \vec{υ}$, $\vec{B} \parallel \vec{υ}$.

Μονάδες 5

Α3. Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Κατά ένα μέρος ανακλάται και κατά ένα μέρος διαθλάται. Τότε :

α. η γωνία ανάκλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.

β. το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα μειώνεται.

γ. η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.

δ. η προσπίπτουσα, η διαθλώμενη και η ανακλώμενη ακτίνα δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

Μονάδες 5

Α4. Μία ηχητική πηγή πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα προς έναν ακίνητο παρατηρητή και εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s και μήκους κύματος λ. Τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο

α. με συχνότητα μικρότερη της f_s.

β. με συχνότητα ίση με την f_s.

γ. με μήκος κύματος μικρότερο του λ.

δ. με μήκος κύματος ίσο με το λ.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται τόσο στα στερεά όσο και στα υγρά και τα αέρια.

β. Στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις το φορτίο του πυκνωτή παραμένει σταθερό.

γ. Ορισμένοι ραδιενεργοί πυρήνες εκπέμπουν ακτίνες γ.

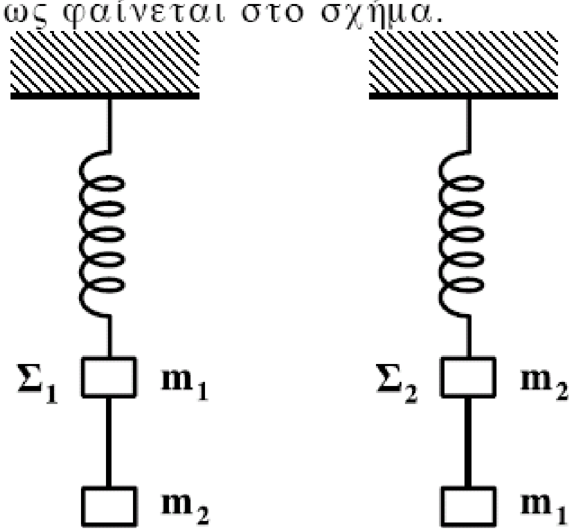
δ. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.

ε. Στα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2. Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2, ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2, τότε:

α. $\dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{m_2}{m_1}$ **β.** $\dfrac{E_1}{E_2} = \dfrac{m_2^{\,2}}{m_1^{\,2}}$ **γ.** $\dfrac{E_1}{E_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Β2. Ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας f. Με μια δεύτερη ηχητική πηγή δημιουργούμε ταυτόχρονα ήχο, τη συχνότητα του οποίου μεταβάλλουμε. Σε αυτήν τη διαδικασία δημιουργούνται διακροτήματα ίδιας συχνότητας για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1, f_2 της δεύτερης πηγής.

Η τιμή της f είναι:

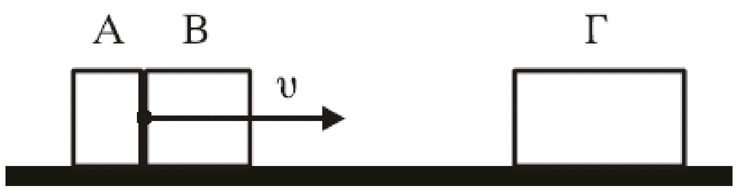
α. $\dfrac{f_1+f_2}{2}$ **β.** $\dfrac{f_1 f_2}{f_1+f_2}$ **γ.** $\dfrac{f_2-f_1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

Β3. Δύο σώματα, το Α με μάζα m_1 και το Β με μάζα m_2, είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα υ. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας $4m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



Μετά την κρούση το Α σταματά, ενώ το Β κολλάει στο Γ και το συσσωμάτωμα αυτό κινείται με ταχύτητα υ/3. Τότε θα ισχύει:

α. $\dfrac{m_1}{m_2}=2$ **β.** $\dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{1}{2}$ **γ.** $\dfrac{m_1}{m_2}=1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές $Π_1$ και $Π_2$, που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου Μ, που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$, μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση:

$$y_M=0,2ημ2π(5t-10).$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι υ=2 m/s. Έστω Ο το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$ και d=1m η απόσταση μεταξύ των πηγών.

Να βρείτε:

Γ1. Την απόσταση $ΜΠ_1$.

Μονάδες 5

Γ2. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Ο και Μ.

Μονάδες 6

Γ3. Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $Π_1Π_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Μονάδες 7

Γ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Μ σε συνάρτηση με τον χρόνο t για $0 \leq t \leq 2,5$ s.

Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.

Μονάδες 7

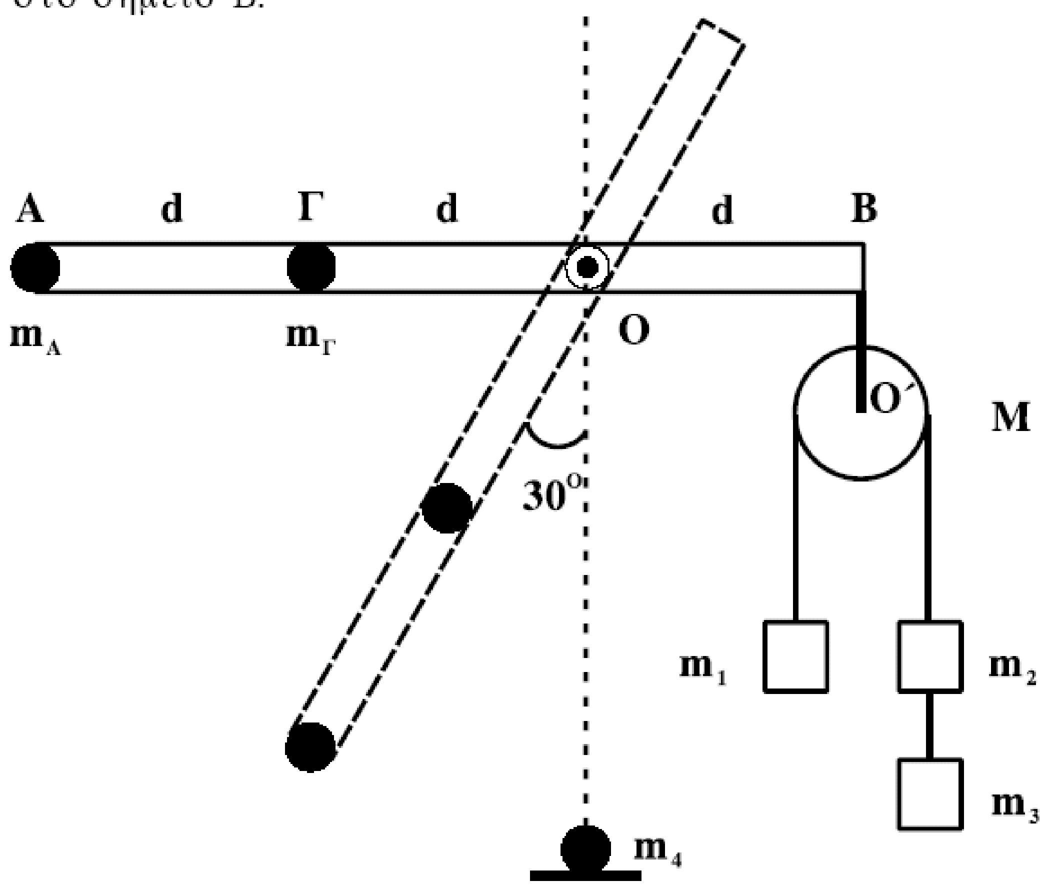
ΘΕΜΑ Δ

Αβαρής ράβδος μήκους 3d (d=1m) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση 2d από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα m_A=1 kg και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_Γ$=6 kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας Μ=4 kg από την οποία κρέμονται οι μάζες m_1=2 kg, m_2=m_3=1 kg. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο΄.

Δ1. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 4

Κόβουμε το Ο΄Β, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.



Δ2. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο.

Μονάδες 7

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα m_4=5 kg.

Δ3. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Μονάδες 6

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m.

Δ4. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m, ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

Μονάδες 8

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: $g=10\ m/s^2$, ημ30°=1/2, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I=MR^2/2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Α1. γ Α2. β Α3. γ Α4. γ

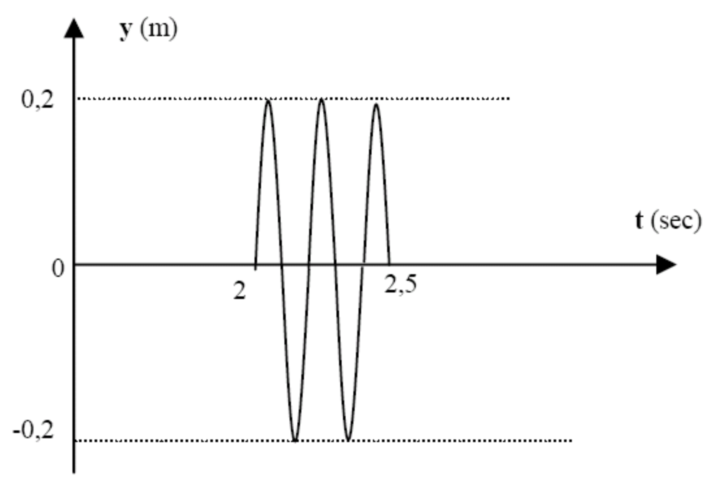
Α5. α. Σωστό β. Λάθος γ. Σωστό δ. Λάθος ε. Λάθος

Β1. Σωστή είναι η β Β2. Σωστή είναι η α Β3. Σωστή είναι η α

Γ1. $(\text{ΜΠ}_1) = 4m$ Γ2. $\Delta\varphi = \varphi_{\text{Ο}} - \varphi_{\text{Μ}} = 17.5\pi$ rad

Γ3. Υπάρχουν πέντε (5) σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος

Γ4. Τα κύματα από τις δύο πηγές φτάνουν ταυτόχρονα στο σημείο Μ τη χρονική στιγμή $t_M = \dfrac{r_1}{\upsilon} = 2s$. Το Μ ταλαντώνεται με πλάτος $2A = 0.2m$ και περίοδο $T = 0.2s$.



Δ1. Λύνεται εύκολα με απόδειξη της συνθήκης $\Sigma\tau = 0$ ως προς τον άξονα περιστροφής Ο.

Δ2. $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 4\dfrac{rad}{s^2}$ Δ3. $\upsilon_{\text{Α}} = \dfrac{8}{3}\dfrac{m}{s}$ Δ4. $m = 0.4kg$

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Κατά τη διάρκεια μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης

α. έχουμε πάντα συντονισμό

β. η συχνότητα ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης

γ. για δεδομένη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό

δ. η ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα δεν αντισταθμίζει τις απώλειες.

Μονάδες 5

Α2. Η ταχύτητα διάδοσης ενός αρμονικού κύματος εξαρτάται από

α. τη συχνότητα του κύματος

β. τις ιδιότητες του μέσου διάδοσης

γ. το πλάτος του κύματος

δ. την ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου διάδοσης.

Μονάδες 5

Α3. Σε κύκλωμα LC που εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις η ολική ενέργεια είναι

α. ανάλογη του φορτίου του πυκνωτή

β. ανάλογη του $\eta\mu^2(\sqrt{LC}\,t)$

γ. σταθερή

δ. ανάλογη της έντασης του ρεύματος.

Μονάδες 5

Α4. Στο φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας

α. οι ακτίνες Χ έχουν μεγαλύτερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα και μεγαλύτερη συχνότητα από το υπέρυθρο

β. το ερυθρό φως έχει μεγαλύτερο μήκος κύματος από το πράσινο φως και μεγαλύτερη συχνότητα από τις ακτίνες Χ

γ. τα μικροκύματα έχουν μικρότερο μήκος κύματος από τα ραδιοκύματα και μικρότερη συχνότητα από το υπεριώδες

δ. το πορτοκαλί φως έχει μικρότερο μήκος κύματος από τις ακτίνες Χ και μεγαλύτερη συχνότητα από το υπεριώδες.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Βασιζόμενοι στο φαινόμενο Doppler μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για την ταχύτητα ενός άστρου σε σχέση με τη Γη.

β. Στην περίπτωση των ηλεκτρικών ταλαντώσεων ο κύριος λόγος απόσβεσης είναι η ωμική αντίσταση.

γ. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής μετριέται σε $\text{kg}\dfrac{\text{m}^2}{\text{s}}$.

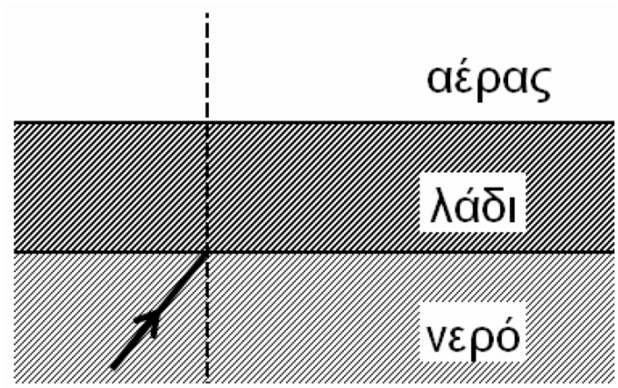
δ. Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.

ε. Η ταυτόχρονη διάδοση δύο ή περισσοτέρων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ακτίνα μονοχρωματικού φωτός, προερχόμενη από πηγή που βρίσκεται μέσα στο νερό, προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια νερού – αέρα υπό γωνία ίση με την κρίσιμη. Στην επιφάνεια του νερού ρίχνουμε στρώμα λαδιού το οποίο δεν αναμιγνύεται με το νερό, έχει πυκνότητα μικρότερη από το νερό και δείκτη διάθλασης μεγαλύτερο από το δείκτη διάθλασης του νερού.



Τότε η ακτίνα

α. θα εξέλθει στον αέρα

β. θα υποστεί ολική ανάκλαση

γ. θα κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού – αέρα.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Β2. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο, κατά μήκος του ημιάξονα Οx, δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση x=0. Δύο σημεία Κ και Λ του ελαστικού μέσου βρίσκονται αριστερά και δεξιά του πρώτου δεσμού, μετά τη θέση x=0, σε αποστάσεις $\frac{\lambda}{6}$ και $\frac{\lambda}{12}$ από αυτόν αντίστοιχα, όπου λ το μήκος κύματος των κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα. Ο λόγος των μεγίστων ταχυτήτων $\frac{\upsilon_K}{\upsilon_\Lambda}$ των σημείων αυτών είναι:

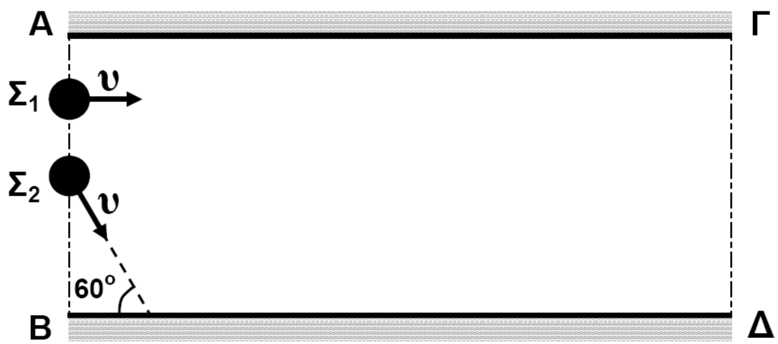
α. $\sqrt{3}$ **β.** $\frac{1}{3}$ **γ.** 3

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6).

Μονάδες 8

Β3. Ανάμεσα σε δύο παράλληλους τοίχους ΑΓ και ΒΔ, υπάρχει λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ είναι κάθετα στους τοίχους. Σφαίρα $Σ_1$ κινείται πάνω στο δάπεδο, με σταθερή ταχύτητα, μέτρου υ, παράλληλη στους τοίχους, και καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο t_1. Στη συνέχεια δεύτερη σφαίρα $Σ_2$ που έχει ταχύτητα μέτρου υ συγκρούεται ελαστικά με τον ένα τοίχο υπό γωνία $φ=60^o$ και, ύστερα από διαδοχικές ελαστικές κρούσεις με τους τοίχους, καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο t_2. Οι σφαίρες εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση.



Τότε θα ισχύει:

α. $t_2= 2t_1$ **β.** $t_2= 4t_1$ **γ.** $t_2= 8t_1$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (μονάδες 2).

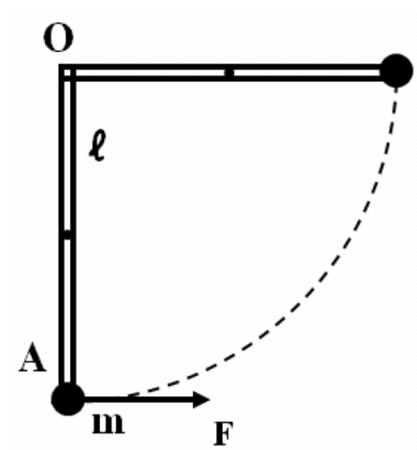
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7).

Δίνονται: $ημ60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $συν60^0 = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Ομογενής και ισοπαχής δοκός (ΟΑ), μάζας Μ=6 kg και μήκους ℓ=0,3 m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της Ο. Στο άλλο της άκρο Α υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας $m = \frac{M}{2}$.



Γ1. Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού-σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μονάδες 6

Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F = \frac{120}{\pi}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Γ2. Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της.

Μονάδες 6

Γ3. Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού-σφαίρας στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 6

Επαναφέρουμε το σύστημα δοκού-σφαίρας στην αρχική κατακόρυφη θέση του. Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F' = 30\sqrt{3}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό.

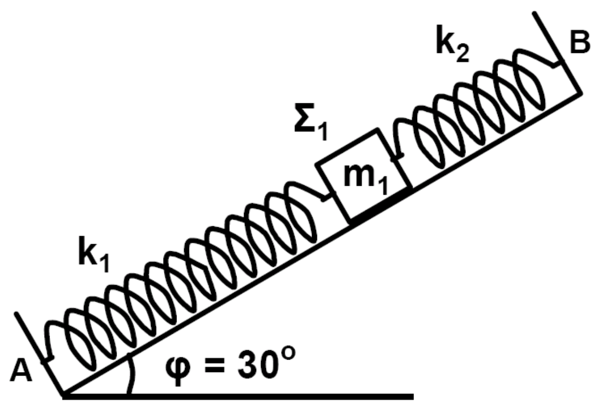
Γ4. Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη.

Μονάδες 7

Δίνονται: $g = 10\frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας ομογενούς δοκού μάζας M και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν $I_{CM} = \frac{1}{12}M\ell^2$, $ημ60^0 = συν30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $ημ30^0 = συν60^0 = \frac{1}{2}$.

ΘΕΜΑ Δ

Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\varphi=30^o$. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1=60$ N/m και $k_2=140$ N/m αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ_1, μάζας $m_1=2$ kg και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα).



Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνουμε το σώμα Σ_1 ελεύθερο.

Δ1. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Μονάδες 5

Δ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά τη φορά από το Α προς το Β.

Μονάδες 7

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2=6$ kg. Το σώμα Σ_2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ_1 λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δύο σωμάτων κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ3. Να βρείτε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος Σ_2.

Μονάδες 6

Δ4. Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2, ώστε το Σ_2 να μην ολισθαίνει σε σχέση με το Σ_1. Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Μονάδες 7

<u>ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</u>

Α1. γ Α2. β Α3. γ Α4. γ

Α5. α. Σωστό β. Σωστό γ. Λάθος δ. Λάθος ε. Σωστό

Β1. Σωστή είναι η γ Β2. Σωστή είναι η α Β3. Σωστή είναι η α

Γ1. $I_{συστ} = 0.45 kg \cdot m^2$ Γ2. $W_{\tau_F} = 18 J$

Γ3. $\omega_2 = 0$

Γ4. $\theta = 60^o$ (<u>Σχόλιο</u>: Το θέμα είναι επιστημονικά λανθασμένο όπως διατυπώθηκε. Επειδή η ράβδος αυξάνει συνεχώς την κινητική της ενέργεια η λύση αφορά την μεγαλύτερη κινητική ενέργεια που εμφανίζει η ράβδος από 0 έως 90^o.

Δ1. Αποδεικνύεται εύκολα ότι $\Sigma F = -(k_1 + k_2)x$ που σημαίνει γ.α.τ. με $D = k_1 + k_2 = 200 N/m$

Δ2. $x = 0.05 \eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$ Δ3. $D_2 = 150 N/m$ Δ4. $\mu_{\min} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2013

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα Α

*Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Περιπολικό ακολουθεί αυτοκίνητο που έχει παραβιάσει το όριο ταχύτητας. Τα δύο αυτοκίνητα κινούνται με ίσες ταχύτητες. Αν η σειρήνα του περιπολικού εκπέμπει ήχο συχνότητας f_S, τότε, η συχνότητα f_A που αντιλαμβάνεται ο οδηγός του άλλου αυτοκινήτου είναι:

α) $f_A = 2\ f_S$

β) $f_A = \frac{1}{2}\ f_S$

γ) $f_A = f_S$

δ) $f_A = 0$

Μονάδες 5

Α2. Διακρότημα δημιουργείται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, με ίδιο πλάτος, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι ταλαντώσεις αυτές έχουν:

α) ίσες συχνότητες και ίδια φάση

β) ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης $\frac{\pi}{2}$

γ) παραπλήσιες συχνότητες

δ) ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης π.

Μονάδες 5

Α3. Σε μια μηχανική ταλάντωση της οποίας το πλάτος φθίνει χρονικά ως $A = A_0\ e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 είναι το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ είναι μια θετική σταθερά, ισχύει ότι:

α) οι μειώσεις του πλάτους σε κάθε περίοδο είναι σταθερές

β) η δύναμη αντίστασης είναι $F_{αντ} = -\ b\ υ^2$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και υ η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται

γ) η περίοδος Τ της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο για μικρή τιμή της σταθεράς απόσβεσης b

δ) η δύναμη αντίστασης είναι $F_{αντ} = -\ b\ υ$, όπου b είναι η σταθερά απόσβεσης και υ η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται.

Μονάδες 5

Α4. Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικού κύματος στο κενό, σε μεγάλη απόσταση από την πηγή, ισχύει ότι:

α) στη θέση που η ένταση Ε του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν, η ένταση Β του μαγνητικού πεδίου είναι μέγιστη

β) τα διανύσματα των εντάσεων Ε του ηλεκτρικού και Β του μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλα μεταξύ τους

γ) το διάνυσμα της έντασης Ε του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος

δ) το διάνυσμα της έντασης Β του μαγνητικού πεδίου είναι παράλληλο στη διεύθυνση διάδοσης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

Μονάδες 5

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Το όζον της στρατόσφαιρας απορροφά κατά κύριο λόγο την επικίνδυνη υπεριώδη ακτινοβολία.

β) Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος που ταλαντώνεται καθώς αυξάνεται το μέτρο της δύναμης επαναφοράς.

γ) Κατά τη διάδοση μηχανικού κύματος μεταφέρεται ορμή από ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

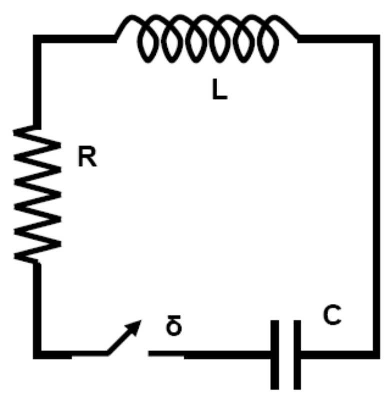
δ) Σε στερεό σώμα σφαιρικού σχήματος που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα διερχόμενο από το κέντρο του ισχύει πάντα Σ**F** = 0.

ε) Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση κατά την οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των δύο σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες αλλά μη συγγραμμικές.

Μονάδες 5

<u>Θέμα Β</u>

Β1. Στο κύκλωμα του σχήματος ο πυκνωτής χωρητικότητας $C = 20\times10^{-6}$ F είναι φορτισμένος σε τάση $V_c = 20$ V και το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L = \frac{1}{9}\times10^{-3}$ H.



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κλείνουμε το διακόπτη δ. Κάποια μεταγενέστερη χρονική στιγμή t_1, το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδέν και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο είναι 6 A. Από τη στιγμή t_0 έως τη στιγμή t_1 η συνολική ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης μειώθηκε κατά:

i) 1×10^{-3} J

ii) 2×10^{-3} J

iii) 4×10^{-3} J

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Β2. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ που βρίσκονται αντίστοιχα στα σημεία Κ και Λ της επιφάνειας υγρού παράγουν πανομοιότυπα εγκάρσια αρμονικά κύματα με ίδιο πλάτος, ίσες συχνότητες f_1 και ίσα μήκη κύματος $λ_1$. Αν η απόσταση των σημείων Κ και Λ είναι $d = 2\,λ_1$, τότε δημιουργούνται τέσσερις υπερβολές απόσβεσης, μεταξύ των σημείων Κ και Λ.

Αλλάζοντας την συχνότητα των δύο πηγών σε $f_2 = 3\,f_1$ και διατηρώντας το ίδιο πλάτος, ο αριθμός των υπερβολών απόσβεσης, που δημιουργούνται μεταξύ των δύο σημείων Κ και Λ, είναι:

i) 6

ii) 8

iii) 12

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

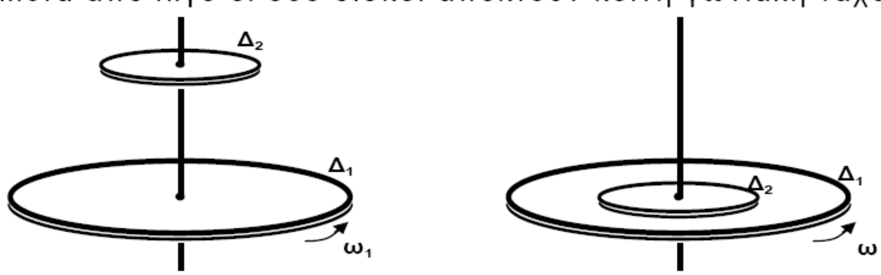
β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

Β3. Ένας δίσκος $Δ_1$ με ροπή αδράνειας I_1 στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $ω_1$ και φορά περιστροφής όπως φαίνεται στο σχήμα, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Ένας δεύτερος δίσκος $Δ_2$ με ροπή αδράνειας $I_2 = \frac{I_1}{4}$, που αρχικά είναι ακίνητος, τοποθετείται πάνω στο δίσκο $Δ_1$, ενώ αυτός περιστρέφεται, έτσι ώστε να έχουν κοινό άξονα περιστροφής, που διέρχεται από τα κέντρα των δύο δίσκων, όπως δείχνει το σχήμα.

Μετά από λίγο οι δύο δίσκοι αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα ω.



Αν L_1 είναι το μέτρο της αρχικής στροφορμής του δίσκου $Δ_1$, τότε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του δίσκου $Δ_1$ είναι:

i) 0

ii) $\frac{1}{5}\,L_1$

iii) $\frac{2}{5}\,L_1$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

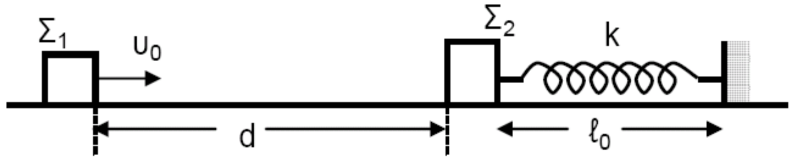
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Θέμα Γ

Σώμα $Σ_1$ με μάζα m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα $Σ_2$ με μάζα $m_2 = 2\ m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω $υ_0$ η ταχύτητα που έχει το σώμα $Σ_1$ τη στιγμή $t_0 = 0$ και ενώ βρίσκεται σε απόσταση $d = 1$ m από το σώμα $Σ_2$. Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα $Σ_2$ είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου k, και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0. Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα $Σ_1$ αποκτά ταχύτητα με μέτρο $υ_1' = \sqrt{10}$ m/s και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι $μ = 0,5$ και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ m/s^2$.

Γ1. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα $υ_0$ του σώματος $Σ_1$.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα $Σ_1$ στο σώμα $Σ_2$ κατά την κρούση.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος $Σ_1$ από την αρχική χρονική στιγμή t_0 μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά.
Δίνεται : $\sqrt{10} \simeq 3,2$

Μονάδες 6

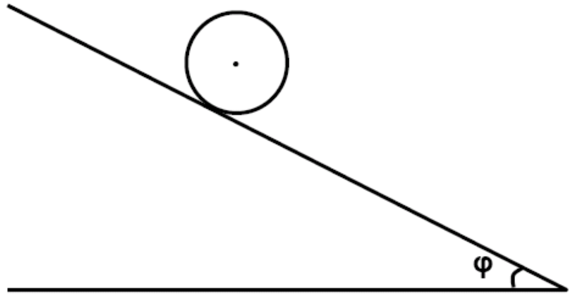
Γ4. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι $m_2 = 1$kg και $k = 105$ N/m.

Μονάδες 7

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

Θέμα Δ

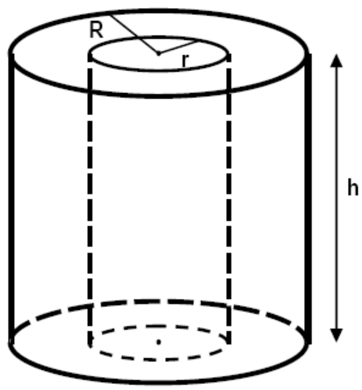
Δίνεται συμπαγής, ομογενής κύλινδρος μάζας Μ και ακτίνας R. Αφήνουμε τον κύλινδρο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ, όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:



Δ1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται οριζόντιος.

Μονάδες 5

Δ2. Από το εσωτερικό αυτού του κυλίνδρου, που έχει ύψος h, αφαιρούμε πλήρως ένα ομοαξονικό κύλινδρο ακτίνας r, όπου r < R, όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:

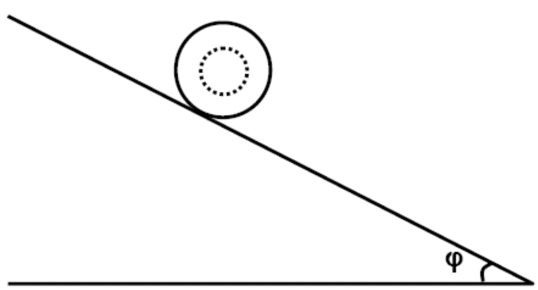


Να αποδείξετε ότι η ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου, ως προς τον άξονα του, που προκύπτει μετά την αφαίρεση του εσωτερικού κυλινδρικού τμήματος, είναι

$$I_{κοιλ} = \frac{1}{2} M R^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$$

Μονάδες 7

Στη συνέχεια λιπαίνουμε το κυλινδρικό τμήμα που αφαιρέσαμε και το επανατοποθετούμε στη θέση του, ούτως ώστε να εφαρμόζει απόλυτα με τον κοίλο κύλινδρο χωρίς τριβές. Το νέο σύστημα που προκύπτει αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Δ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος.

Μονάδες 7

Δ4. Όταν $r = \frac{R}{2}$, να υπολογίσετε, σε κάθε χρονική στιγμή της κύλισης στο κεκλιμένο επίπεδο, το λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του συστήματος.

Μονάδες 6

Ο άξονας του συστήματος διατηρείται πάντα οριζόντιος.

Δίνονται : Η ροπή αδράνειας Ι συμπαγούς και ομογενούς κυλίνδρου μάζας Μ και ακτίνας R, ως προς τον άξονα γύρω από τον οποίο στρέφεται: $I = \frac{1}{2} M R^2$

Ο όγκος V ενός συμπαγούς κυλίνδρου ακτίνας R και ύψους h: $V = \pi R^2 h$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Α1. γ   Α2. γ   Α3. δ   Α4. γ

Α5. α. Σωστό   β. Λάθος   γ. Σωστό   δ. Λάθος   ε. Σωστό

Β1. Σωστή είναι η (ii)   Β2. Σωστή είναι η (iii)   Β3. Σωστή είναι η (ii)

Γ1. $\upsilon_o = 10\ \text{m/s}$ Γ2. $\Pi = \frac{800}{9}\%$ Γ3. $t_{ολ} = 0.72\ \text{s}$ Γ4. $x_{\max} = \frac{4}{7}\ \text{m}$

Δ1. $\alpha_{cm} = \frac{2}{3} g\eta\mu\phi$ Δ2. $\mathrm{I}_{κοιλ} = \frac{1}{2}\mathrm{M}R^2\left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$

Δ3. $\alpha'_{cm} = \dfrac{2g\eta\mu\phi}{3 - \dfrac{r^4}{R^4}}$ Δ4. $\dfrac{\mathrm{K}_{μεταφ}}{\mathrm{K}_{στρ}} = \dfrac{32}{15}$

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2014

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θέμα Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Τα μήκη κύματος τεσσάρων ηλεκτρομαγνητικών ακτινοβολιών που διαδίδονται στο κενό συμβολίζονται ως:
υπέρυθρο: $\lambda_υ$, ραδιοκύματα: $\lambda_ρ$, πράσινο ορατό φως: $\lambda_π$, ακτίνες Χ: $\lambda_Χ$.
Η σχέση μεταξύ των μηκών είναι:

α) $\lambda_Χ > \lambda_ρ > \lambda_υ > \lambda_π$
β) $\lambda_ρ > \lambda_π > \lambda_υ > \lambda_Χ$
γ) $\lambda_ρ > \lambda_υ > \lambda_π > \lambda_Χ$
δ) $\lambda_υ > \lambda_Χ > \lambda_ρ > \lambda_π$

Μονάδες 5

Α2. Η ταχύτητα ενός ηχητικού κύματος εξαρτάται από:

α) την περίοδο του ήχου
β) το υλικό στο οποίο διαδίδεται το κύμα
γ) το μήκος κύματος
δ) το πλάτος του κύματος.

Μονάδες 5

Α3. Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων $\Sigma\vec{F}$ που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών Στ ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:

α) $\Sigma\vec{F} = 0$, $\quad \Sigma\tau = 0$
β) $\Sigma\vec{F} \neq 0$, $\quad \Sigma\tau \neq 0$
γ) $\Sigma\vec{F} \neq 0$, $\quad \Sigma\tau = 0$
δ) $\Sigma\vec{F} = 0$, $\quad \Sigma\tau \neq 0$

Μονάδες 5

Α4. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με F. Το πηλίκο $\frac{F}{m}$:

α) παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο
β) μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο
γ) αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο
δ) γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

Μονάδες 5

A5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Κριτήριο για τη διάκριση των μηχανικών κυμάτων σε εγκάρσια και διαμήκη είναι η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

β) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.

γ) Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό, το πηλίκο των μέτρων των εντάσεων του μαγνητικού και του ηλεκτρικού πεδίου ισούται με την ταχύτητα του φωτός $\left(\frac{B}{E}=c\right)$.

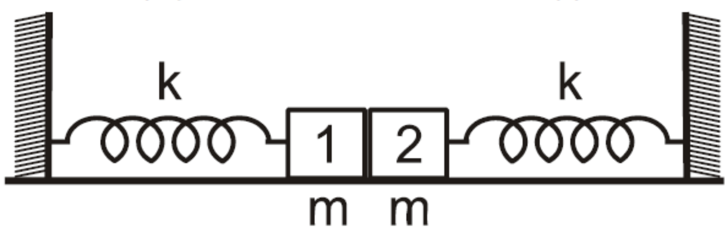
δ) Η συχνότητα μονοχρωματικής ακτινοβολίας μειώνεται, όταν η ακτινοβολία περνά από τον αέρα σε ένα διαφανές μέσο.

ε) Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.

Μονάδες 5

Θέμα Β

B1. Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών m το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος ℓ_0 και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D = 2k. Αν A_1 το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και A_2 το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος $\frac{A_1}{A_2}$ είναι:

i) 1 ii) $\frac{1}{2}$ iii) 2

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Β2. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες f_1 και f_2, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με $f_1 > f_2$, παρουσιάζονται διακροτήματα με περίοδο διακροτήματος $T_Δ = 2$ s. Αν στη διάρκεια του χρόνου αυτού πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις, οι συχνότητες f_1 και f_2 είναι:

i) $f_1 = 200{,}5$ Hz, $f_2 = 200$ Hz
ii) $f_1 = 100{,}25$ Hz, $f_2 = 99{,}75$ Hz
iii) $f_1 = 50{,}2$ Hz, $f_2 = 49{,}7$ Hz

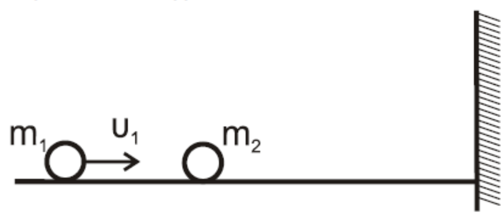
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Β3. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας m_1 με ταχύτητα μέτρου $υ_1$. Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 ($m_2 > m_1$). Μετά την κρούση με τη μάζα m_1, η m_2 συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών m_1 και m_2, μετά την κρούση της m_2 με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι:

i) 3 ii) 1 iii) $\frac{1}{3}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

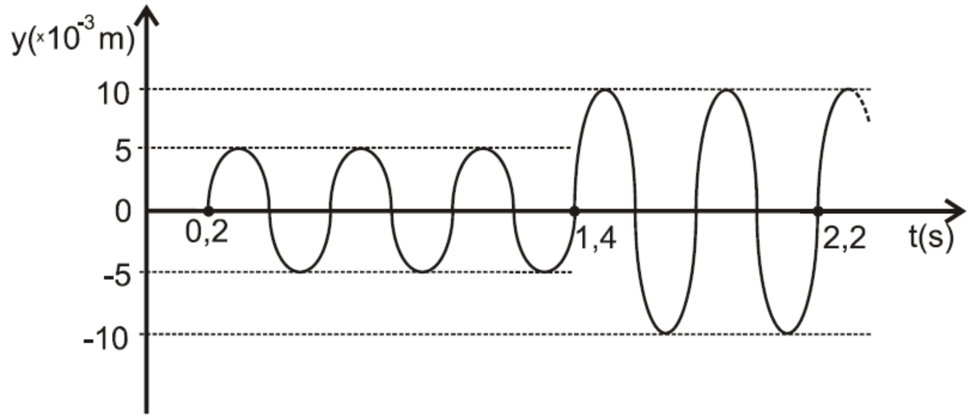
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

Θέμα Γ

Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές $Π_1$ και $Π_2$ δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα υ = 5 m/s. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή $Π_2$. Η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή t = 0 και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής $y = A \cdot ημωt$.



Γ1. Να βρείτε τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$, αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Γ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο, για t ≥ 0.

Μονάδες 6

Γ3. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού κάποια χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y_1 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3}$ m ;

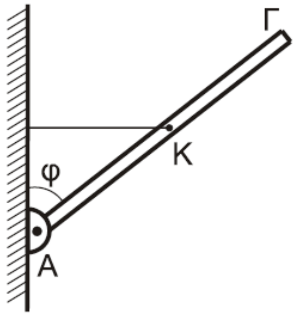
Μονάδες 6

Γ4. Έστω K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού μετά τη συμβολή. Αλλάζουμε τη συχνότητα των ταλαντώσεων των πηγών $Π_1$ και $Π_2$ έτσι ώστε η συχνότητά τους να είναι ίση με τα $\frac{10}{9}$ της αρχικής τους συχνότητας. Αν μετά τη νέα συμβολή η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού είναι K_2, να βρεθεί ο λόγος $\frac{K_1}{K_2}$.

Μονάδες 7

Δίνεται : $συν\left(\frac{π}{3}\right) = \frac{1}{2}$

<u>Θέμα Δ</u>



Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ = 2m και μάζας Μ = 5,6 kg ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο.

Δίνεται: $ημφ = 0{,}6$ και $συνφ = 0{,}8$

Δ1. Να προσδιορίσετε τη δύναμη $\vec{F}$ που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Μονάδες 4

Μικρή ομογενής σφαίρα, μάζας m = 0,4 kg και ακτίνας $r = \dfrac{1}{70}$ m κυλίεται χωρίς ολίσθηση, έχοντας εκτοξευθεί κατά μήκος της ράβδου από το σημείο Κ προς το άκρο Γ.

Δ2. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας κατά την κίνησή της από το Κ μέχρι το Γ.

Μονάδες 5

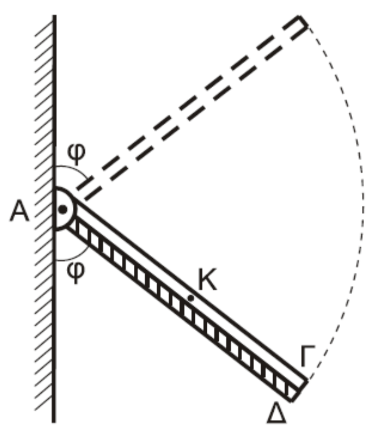
Δ3. Με δεδομένο ότι η σφαίρα φτάνει στο άκρο Γ, να βρείτε τη σχέση που περιγράφει την τάση του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας με τη ράβδο, από το σημείο Κ.

Μονάδες 5

Αφού η σφαίρα έχει εγκαταλείψει τη ράβδο, κόβουμε το νήμα. Η ράβδος στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α, χωρίς τριβές.

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου στη θέση στην οποία η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο Α, όπως στο παρακάτω σχήμα.

Μονάδες 6



Δεύτερη λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΔ, μήκους $\ell' = \ell$ και μάζας $M' = 3$ M είναι αρθρωμένη και αυτή στο σημείο Α γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής με την ράβδο ΑΓ. Η ράβδος ΑΔ συγκρατείται ακίνητη, με κατάλληλο μηχανισμό, σε θέση όπου σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι συγκρούονται και ταυτόχρονα ο μηχανισμός ελευθερώνει τη ράβδο ΑΔ, χωρίς απώλεια ενέργειας. Οι ράβδοι μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα, χωρίς τριβές. Ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος.

Δ5. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

Μονάδες 5

Όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δίνονται :

- Η ροπή αδράνειας I_ρ λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας M και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο και είναι κάθετος σε αυτή: $I_\rho = \frac{1}{3} M \ell^2$
- Η ροπή αδράνειας $I_{\sigma\varphi}$ ομογενούς σφαίρας μάζας m και ακτίνας r ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της : $I_{\sigma\varphi} = \frac{2}{5} m r^2$
- $g = 10\ m/s^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Α1. γ   Α2. β   Α3. γ   Α4. β

Α5. α. Σωστό   β. Σωστό   γ. Λάθος   δ. Λάθος   ε. Σωστό

Β1. Σωστή είναι η iii   Β2. Σωστή είναι η ii   Β3. Σωστή είναι η iii

Γ1. $r_1=7$ m, $r_2=1$ m

Γ2. → Για $0 \le t < 0.2$ s είναι: $y=0$
→ Για $0.2 \le t < 1.4$ s είναι: $y=5\cdot 10^{-3}ημ2π(2.5t-0.5)$ (S.I.)
→ Για $t \ge 1.4$ s είναι: $y=-10^{-2}ημ2π(2.5t-2)$ (S.I.)

Γ3. $υ=25π\cdot 10^{-3}$ m/s   Γ4. $\frac{K_1}{K_2}=3.24$

Δ1. $F=70$ N, $εφθ=\frac{4}{3}$

Δ2. $α_{γων}=-400$ rad/s^2 Δ3. $T_ν=45+3x$ (S.I.) για $0 \le x \le 1$ m   Δ4. $\frac{dK}{dt}=67.2\sqrt{6}$ J/s

Δ5. $Π_{απ}=75\%$